



О. Ф. ТИШЕНКО

**ЗУБЧАТЫЕ
ПЕРЕДАЧИ
ЧАСОВЫХ
МЕХАНИЗМОВ**

М А Ш Г И З

О. Ф. ТИЩЕНКО

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ ЧАСОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

*2-е дополненное
и переработанное издание*

Fr. R. Kreutzwaldi nim.
Eesti NSV Riiklik
Raamatukogu

VA 196.290



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1963

В книге дается подробная характеристика зубчатых зацеплений с часовым профилем зуба, изложены вопросы нормализации профилей зубьев этих зацеплений, даны графоаналитические методы исследования мелко-модульных зацеплений с часовым и эвольвентным профилями, а также методы расчета допусков.

Книга предназначена для инженерно-технических работников часовой промышленности, а также может быть использована студентами приборостроительных специальностей вузов.

Рецензент канд. техн. наук **А. С. Борисов**

*Редакция литературы по средствам автоматизации
и приборостроению
Зав. редакцией инж. Н. В. ПОКРОВСКИЙ*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Зубчатые передачи, применяемые в часах, характеризуются малыми модулями и высокой точностью изготовления. В связи с этим большое значение имеет разработка методов исследования и определения основных характеристик таких зубчатых передач как при номинальных размерах, так и при наличии погрешностей, а также методов расчета допусков. Этим вопросам и посвящена предлагаемая работа.

В отличие от первого издания в книге более подробно даны характеристики часовых зубчатых передач, а также платин и мостов. Освещены вопросы нормализации часового зубчатого зацепления. Описан разработанный автором прибор для графоаналитического исследования часовых зубчатых зацеплений.

В книгу включена новая глава, содержащая материалы по исследованию эвольвентных зубчатых передач, включая исследование влияния фланкирования зубьев на работу передачи.

Глава по расчету допусков значительно переработана и дополнена аналитическими методами расчета допусков из эксплуатационных требований и из условий зубообразования. Дан метод сопоставления допустимых погрешностей, рассчитанных из эксплуатационных требований, с предельными погрешностями изготовления. Глава дополнена также методами расчета допусков на координатные размеры. В книге освещены вопросы контроля часовых зубчатых колес.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ¹ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Обозначение	Наименование	Определение
z	Число зубьев колеса	
m	Модуль зацепления (диаметральный шаг)	Отношение диаметра делительной окружности к числу зубьев колеса
i	Передаточное отношение угловых скоростей	Отношение угловой скорости ведомого колеса к угловой скорости ведущего или отношение числа зубьев ведущего колеса к числу зубьев ведомого
i_m	Передаточное отношение моментов вращения	Отношение момента вращения на оси ведущего колеса к моменту вращения на оси ведомого
	Делительная окружность	Окружность колеса, по которой его модуль равен номинальному (расчетному) значению (см. табл. 5)
D	Диаметр делительной окружности	
R	Радиус делительной окружности	
	Окружность выступов	Окружность, проходящая через вершины зубьев
D_e	Диаметр окружности выступов	
R_e	Радиус окружности выступов	
	Окружность впадин	Окружность, проходящая через основания впадин между зубьями

¹ Обозначения, относящиеся к ведущему колесу, отмечены в работе индексом 1, например, z_1 , а относящиеся к ведомому колесу — индексом 2, например z_2 и т. д.

Обозначение	Наименование	Определение
D_t	Диаметр окружности впадин	
R_t	Радиус окружности впадин	
	Окружность_центров	Окружность, на которой расположены центры дуг головок зубьев
D_c	Диаметр окружности центров	
R_c	Радиус окружности центров	
ΔR_c	Смещение окружности центров	Расстояние между делительной окружностью и окружностью центров, измеренное по нормали
	Дуга головки зуба	Часть окружности, ограничивающая головку и часть ножки зуба
ρ	Радиус дуги головки зуба	
h	Высота зуба	Радиальное расстояние между окружностью выступов и окружностью впадин
h'	Высота головки зуба	Радиальное расстояние между окружностью выступов и делительной окружностью
h''	Высота ножки зуба	Радиальное расстояние между делительной окружностью и окружностью впадин
s	Толщина зуба по делительной окружности	Длина дуги делительной окружности, заключенной между профилями (левым и правым) зуба
s_x	Хордальная толщина зуба по делительной окружности	Длина хорды, стягивающей дугу, равную толщине зуба по делительной окружности
s_n	Толщина зуба по общей нормали	Расстояние между дугowymi профилями зуба, измеренное по прямой, проходящей через их центры

Обозначение	Наименование	Определение
2γ	Угловая толщина зуба	Угол между радиальными прямыми, ограничивающими ножку зуба
s'	Ширина впадины по делительной окружности	Длина дуги делительной окружности между ближайшими равноименными профилями соседних зубьев
s'_x	Хордальная ширина впадины по делительной окружности	Длина хорды, стягивающей дугу, равную ширине впадины по делительной окружности
$2\gamma'$	Угловая ширина впадины	Угол между радиальными прямыми, ограничивающими впадину зуба
	Дуга впадины	Дуга окружности, ограничивающая впадину между зубьями
t	Окружной шаг	Расстояние по делительной окружности между одноименными (правыми и левыми) профилями смежных зубьев
t_x	Хордальный шаг	Длина хорды, стягивающей дугу, по которой определяется окружной шаг
τ	Угловой шаг	Угол, стягиваемый дугой делительной окружности, равной окружному шагу
c_n	Боковой зазор	Кратчайшее расстояние между поверхностями нерабочих профилей смежных зубьев сопряженных колес
c	Радиальный зазор	Наименьшее расстояние между вершиной зуба и основанием впадины сопряженного зубчатого колеса
θ	Полярный угол	Угол между радиусом основной окружности, проведенным в начальную точку эвольвенты, и текущим радиусом-вектором эвольвенты
ϵ	Коэффициент перекрытия	Отношение дуги зацепления к шагу, измеренному по той же окружности, что и дуга зацепления
A	Межцентровое расстояние	Расстояние между осями находящимися в зацеплении колес

ВВЕДЕНИЕ

Мелкомодульные зубчатые передачи применяются в различных приборах. Они являются неотъемлемой частью любого часового механизма. В ряде производств мелкомодульные зубчатые колеса изготавливаются сотнями миллионов штук в год. Об этом можно судить по количеству часов, выпускаемых нашей часовой промышленностью.

Наряду с ежегодным увеличением производства часов возрастают требования и к их качеству, а вместе с этим и к качеству зубчатых передач.

В большинстве измерительных приборов зубчатые передачи предназначены для ускорения вращения. Характерной чертой таких передач является значительное уменьшение передаваемого момента вращения. Так, например, в карманных часах «Молния» момент вращения пружины, равный в начале завода $16 \text{ н} \cdot \text{мм}$ ($1,6 \text{ кг} \cdot \text{мм}$), посредством зубчатой передачи уменьшается в 4061,4 раза и составляет на оси ходового колеса $0,00664 \text{ н} \cdot \text{мм}$ ($0,000664 \text{ кг} \cdot \text{мм}$). Этот момент настолько мал, что малейшие ненормальности в работе зубчатых пар или увеличение сил трения в опорах могут нарушить правильную работу механизма и вызвать его остановку.

В связи с изложенным исследованием мелкомодульных зубчатых зацеплений, направленные на повышение их качества и обеспечение взаимозаменяемости, являются весьма необходимыми.

В мелкомодульных зубчатых передачах в отличие от передач с модулями свыше 1 мм имеются значительные расхождения между действительными и теоретическими их характеристиками. Так, например, отклонения передаточных отношений в реальных мелкомодульных передачах в период зацепления зубьев могут достигать до 30%. Это объясняется увеличением относительных погрешностей изготовления, связанных с уменьшением размеров, т. е. с уменьшением модулей. Между тем в большинстве работ по мелкомодульным зубчатым передачам и, в частности, по часовым зубчатым передачам рассматриваются только вопросы, относящиеся к теоретическим передачам, без учета погрешностей изготовления.

В известных автору работах [15], [17], относящихся к реальным зубчатым передачам, дается лишь описание ненормальностей

в их работе, полученных, по-видимому, на основании результатов наблюдения при большом увеличении.

В настоящей работе принято, что в видоизмененном циклоидальном зацеплении, применяемом в часах, коэффициент пере-крития не может быть больше единицы. Это положение было раз-вито и принято как исходное при исследовании реальных мелко-модульных зубчатых передач, независимо от формы профилей зубьев.

В работе даны аналитический и графоаналитический методы исследования мелко модульных зубчатых передач с часовым и эвольвентным профилями зубьев.

Применение аналитического метода для исследования оказа-лось малоэффективным. Однако полученные формулы были ис-пользованы при разработке методов расчета допусков. Более эф-фективным для исследования является графоаналитический метод. Он позволяет достаточно просто и с малой затратой времени определить влияние погрешностей в размерах зубчатой передачи на ее эксплуатационные качества.

При исследовании все погрешности выражались в долях моду-ля. Это позволяет результаты исследований применить к зубча-тым передачам любых размеров. Эффективность графоаналитиче-ского метода была проверена при корректировке размеров и допу-сков часов «Молния» на 2-м Московском часовом заводе (2 МЧЗ) в 1949—1952 гг., в работах НИИЧАСПРОМа (НИИЧП) по иссле-дованию будильников в 1953 г. и повышению ходовых качеств ча-сов «Победа» в 1954 г. Графоаналитический метод был применен также при разработке нормалей на часовые зубчатые передачи.

Графоаналитический метод исследования мелко модульных зуб-чатых передач с эвольвентным зацеплением был разработан авто-ром с целью решения вопроса о целесообразности замены цикло-идального зацепления эвольвентным.

Завершением исследования мелко модульных зубчатых передач является разработка методов расчета допусков из условий обеспе-чения ряда эксплуатационных требований и из условий зубообра-зования.

В работе приведены также методы контроля и испытания часо-вых зубчатых колес. В работе не дано специального исследования погрешностей изготовления часовых колес (такое исследование было проведено С. В. Тарасовым) и не рассмотрены простран-ственные зубчатые передачи малого модуля.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

В настоящее время существуют различные виды часов, отличающихся как по конструктивному оформлению, так и по размерам. Однако часовые механизмы находят применение не только в часах, но и в других приборах, например в измерительных приборах, в приводных механизмах самописцев, в электрических счетчиках, в трубках взрывателей и т. д. Часовые механизмы состоят из платин, мостов, зубчатых колес и деталей хода (баланс, вилка и др.).

ПЛАТИНЫ И МОСТЫ

Барабан с пружиной, зубчатые колеса, баланс и другие подвижные детали всякого часового механизма монтируются между несколькими, скрепляемыми в одно целое пластинками.

Одна из этих пластин служит основанием механизма и называется платиной¹. В платину запрессовываются штифты, с помощью которых к ней присоединяются все остальные пластинки, называемые мостами.

Наименования мостов содержат названия узлов механизма, расположенных под ними, например «барабанный» мост, «ангренажный» мост и др. Мосты крепятся к платине при помощи одного, двух или трех винтов. Как платина, так и мосты имеют многосквозных и глухих отверстий. По назначению все отверстия можно классифицировать следующим образом.

Отверстия под штифты. К этой группе относятся отверстия, которые определяют взаимное расположение платины и мостов в собранном виде. Из каждой пары таких отверстий одно, расположенное в платине, служит для запрессовки штифта, а другое, расположенное в мосту — для фиксации моста на платине по выступающей части штифта.

Фиксация взаимного положения моста и платины осуществ-

¹ В будильниках и настенных часах может быть две, а иногда и три пластины.

ляется обычно двумя или тремя штифтами. На чертежах отверстия под штифты обозначают буквами $Ш_1$; $Ш_2$; $Ш_3$ и т. д.

Отверстия под цапфы осей. К этой группе относятся отверстия, определяющие взаимное положение осей подвижных деталей часового механизма. В одних случаях в эти отверстия помещаются непосредственно цапфы осей вращающихся деталей, в других — запрессовываются камни или оправы с камнями. Отверстия под цапфы осей принято обозначать цифрами I; II; III и т. д.

Отверстия под винты. К этой группе относятся отверстия, служащие для крепления мостов к платине. Из каждой пары таких отверстий одно, расположенное в платине, имеет резьбу, а другое, расположенное в мосту, служит для прохождения винта. В последнее время отверстия под винты делаются непосредственно в штифтах, что значительно сокращает количество необходимых отверстий в платине и мостах. Отверстия под винты обозначают на чертежах буквами B_1 ; B_2 ; B_3 и т. д.

Вспомогательные отверстия. К этой группе относятся отверстия, необходимые для технологического процесса изготовления платин и мостов, или для сборки механизма (например, отверстия в платине, позволяющие наблюдать в механизме движение палет вилки относительно зубьев ходового колеса).

Вспомогательные отверстия обозначают на чертежах либо буквами P_1 ; P_2 ; P_3 , либо цифрами 1; 2; 3 и т. д.

Положение центра каждого отверстия может быть задано двумя координатами в прямоугольной или полярной системе; в часовой промышленности наибольшее распространение получила прямоугольная система координат.

При расчете координат центров отверстий платины и мостов координаты центра центрального отверстия II в платине принимают равными $x = 100$ мм и $y = 100$ мм. В этом случае координаты центров всех отверстий выражаются положительными числами.

На фиг. 1 показано расположение центров отверстий на платине и мостах наручных часов «Победа», а в табл. 1 и 2 — величины соответствующих координат.

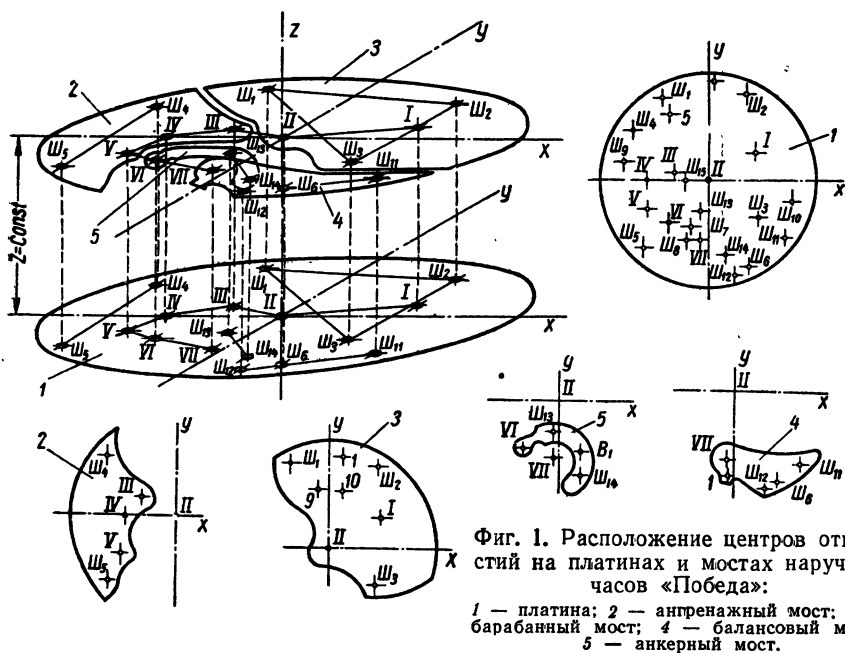
Естественно, что при изготовлении всех указанных отверстий неизбежно возникают погрешности в расположении их центров. Поэтому действительные координаты центров отверстий будут иметь отклонения от номинальных значений.

Для одних отверстий допускаются большие отклонения, для других они ограничиваются очень малыми величинами. Так, например, отклонения координат центров отверстий под винты могут быть больше, чем у отверстий под штифты или под цапфы осей, так как последнее приводит к изменению расстояний между осями вращающихся деталей механизма и к их несоосности.

Отклонения центров отверстий под штифты приводят к дополнительному смещению осей всех одноименных отверстий. Если же эти отклонения окажутся очень большими, то вообще станет невозможным соединение моста с платиной. Поэтому при изготовлении

взаимозаменяемых платин и мостов необходимо обеспечивать требуемую точность расположения отверстий.

В настоящее время наша часовая промышленность полностью решила эту задачу: большое значение для освоения и совершенствования производства взаимозаменяемых платин и мостов имеет опыт 1-го и 2-го Московских часовых заводов. Особенно следует отметить способ точного изготовления каленых пуансонодержате-



Фиг. 1. Расположение центров отверстий на платинах и мостах наручных часов «Победа»:

1 — платина; 2 — ангренажный мост; 3 — барабанный мост; 4 — балансовый мост; 5 — анкерный мост.

лей для калибровочных штампов, разработанный Я. И. Городецким (1 МЧЗ), и технологический процесс изготовления отверстий в тонких платинах и мостах, разработанный В. В. Ивановым (2 МЧЗ).

Развитие методов изготовления взаимозаменяемых платин и мостов. Длительное время с начала развития часового производства изготовление платин и мостов с точным расположением отверстий было непосильной задачей. Не в состоянии решить эту проблему часовщики создавали средства для компенсации возможных погрешностей межцентровых расстояний. Например, в том случае, когда уменьшенное межцентровое расстояние приводило к неправильному зацеплению, приходилось производить обкатку зубчатых колес многозубыми дисковыми фрезами для уменьшения наружного диаметра колеса.

С появлением координатно-разметочных и координатно-расточных станков стало возможно изготавливать точные кондукторы,

Таблица 1

**Координаты отверстий платины наручных часов калибра 26 мм
со стороны мостов в мм**

Обозначения точек	x	y	Обозначения точек	x	y
I	106,346	102,567	Ш ₆	104,650	89,635
II	100,000	100,000	Ш ₇	98,080	94,173
III	96,565	101,394	Ш ₈	97,066	92,735
IV	93,500	100,000	Ш ₉	90,450	103,810
V	92,825	96,804	Ш ₁₀	103,550	96,190
VI	95,357	95,017	Ш ₁₁	108,650	91,785
VII	98,625	92,712	Ш ₁₂	102,950	88,425
Ш ₁	94,925	110,175	Ш ₁₃	98,575	96,550
Ш ₂	106,300	109,700	Ш ₁₄	102,050	90,950
Ш ₃	105,925	94,950	Ш ₁₅	96,930	100,250
Ш ₄	90,640	106,500	1	102,100	111,560
Ш ₅	90,750	93,400	5	96,000	108,210

Таблица 2

Координаты отверстий мостов (в мм) наручных часов калибра 26 мм

Обозначения точек	x	y	Обозначения точек	x	y
<i>Барabanный мост</i>			<i>Анкерный мост</i>		
I	106,346	102,567	II	100,000	100,000
II	100,000	100,000	VI	95,357	95,017
Ш ₁	94,925	110,175	Ш ₁₃	98,575	96,550
Ш ₂	106,300	109,700	Ш ₁₄	102,050	90,950
Ш ₃	105,925	94,950	В ₁	101,800	94,875
1	102,100	111,560			
9	98,850	107,900			
10	101,150	107,900			
<i>Ангренажный мост</i>			<i>Балансовый мост</i>		
II	100,000	100,000	II	100,000	100,000
III	96,565	101,394	VII	98,625	92,712
IV	93,500	100,000	Ш ₆	104,650	89,635
V	92,825	96,804	Ш ₁₁	108,650	91,785
Ш ₄	90,640	106,500	Ш ₁₂	102,950	88,425
Ш ₅	90,750	93,400	1	98,625	90,521

штампы и т. п. Таким образом, были созданы условия для производства взаимозаменяемых платин и мостов.

В начале развития отечественной часовой промышленности отверстия в платинах и мостах сверлили по кондукторам.

Этот способ имел много недостатков, например удлиненные сверла, в соответствии с длиной кондукторных втулок, при работе

подвергались «уводу», из-за чего возникали большие погрешности координат центров отверстий, увеличивающиеся от износа кондукторных втулок. Наиболее серьезный недостаток состоял в том, что этот способ не обеспечивал необходимой соосности одноименных отверстий в платине и мосту и требуемых допусков на их диаметры.

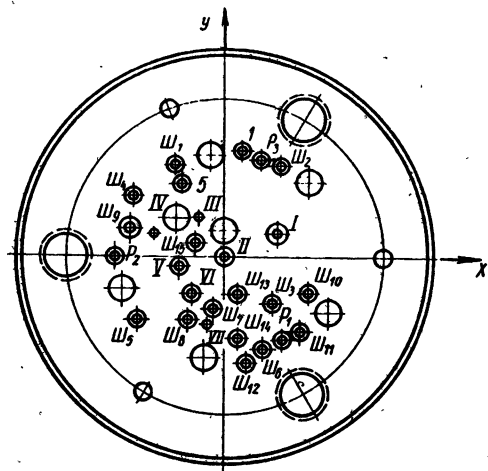
Следующий способ состоял в сверлении отверстий по кернам. Для получения необходимой соосности предусматривалась совместная расточка отверстий в платине и мосту. Кернение центров отверстий производилось на керновочных штампах. Сверление по кернам значительно уменьшает увод сверла вследствие сокращения его длины и этим повышает точность расположения отверстий. Кроме того, при таком сверлении отсутствуют погрешности от износа кондукторных втулок. Но сверление по кернам все же не гарантировало взаимозаменяемости платин и мостов, так как создавало большие погрешности диаметров отверстий и координат их центров. Этот недостаток удалось устранить, введя дополнительно калибровку отверстий специальными калибровочными штампами.

Применение калибровки отверстий значительно сократило погрешности расположения отверстий и позволило осуществить взаимозаменяемость платин и мостов. Данный способ имеет в настоящее время широкое распространение. Степень взаимозаменяемости зависит в основном от точности изготовления калибровочных штампов.

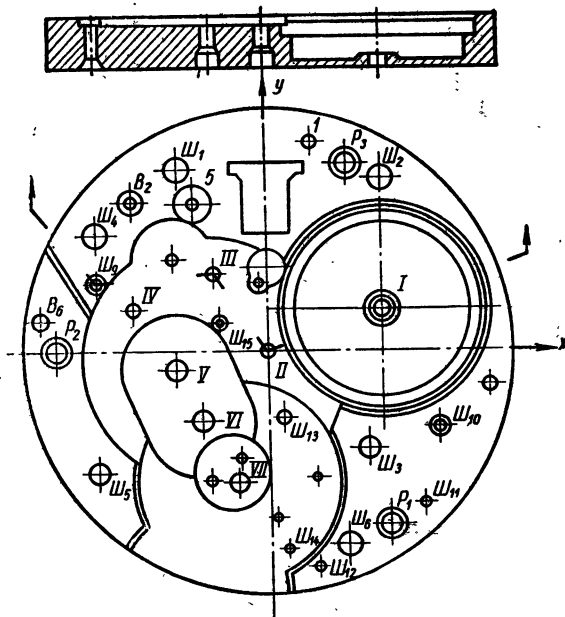
Основной деталью штампа является пуансонодержатель (фиг. 2), в который запрессованы пуансоны. От точности изготовления отверстий в пуансонодержателе зависит точность расположения отверстий в платине (фиг. 3) после калибровки.

Существует несколько способов изготовления отверстий в пуансонодержателях. Наиболее простым является способ, при котором кернение, сверление и окончательная расточка отверстий под пуансоны осуществляется на координатно-расточных станках. Однако этот способ не обеспечивает необходимой точности расположения отверстий в пуансонодержателях и требуемой соосности одноименных отверстий в платинах и мостах. Чтобы получить требуемую соосность, необходимо обеспечить высокую точность совпадения координат центров одноименных пуансонов в пуансонодержателях для платины и моста. Это было достигнуто с помощью эталонных пластинок.

Эталонная пластинка имеет отверстия, подобные отверстиям платины, но выполненные с предельно достижимой точностью расположения. По ней окончательно растачиваются отверстия во всех пуансонодержателях, предназначенных для калибровки отверстий в платинах и мостах данного часового механизма. Расточка отверстий по эталонной пластинке производится следующим образом. Пуансонодержатель с предварительно просверленными отверстиями крепится к эталонной пластинке тремя базовыми штифтами (P_1 , P_2 и P_3).



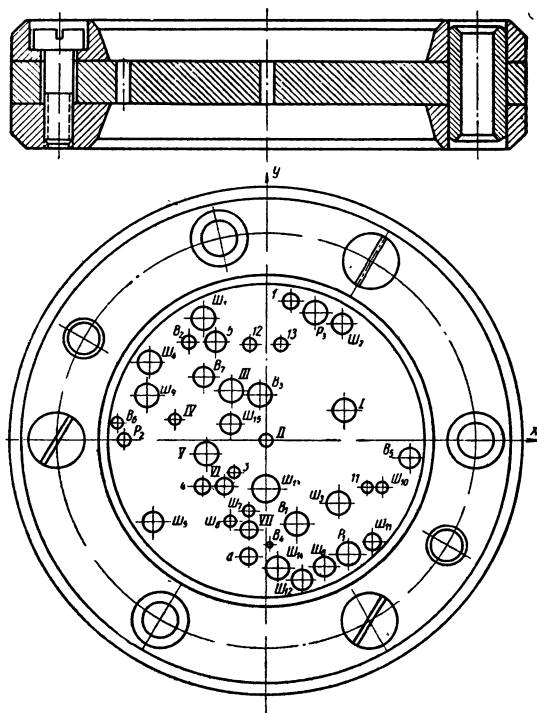
Фиг. 2. Пуансондержатель калибровочного штампа .



Фиг. 3. Платина наручных часов .

Затем пластинка устанавливается одним из отверстий на штифт, зажатый в центре планшайбы расточного станка, и закрепляется. Чтобы устранить биение штифта, его окончательно протачивают после установки в планшайбе по отверстию в эталонной пластинке.

При такой установке пуансонодержателя ось растачиваемого отверстия совпадает с осью одноименного отверстия в эталонной пластинке. Указанным способом последовательно растачиваются все отверстия в пуансонодержателе.



Фиг. 4. Эталонная пластинка.

Так как отверстия во всех пуансонодержателях растачивают по одной и той же эталонной пластинке, то обеспечивается требуемая соосность одноименных отверстий в платинах и мостах.

Одним из существенных недостатков рассмотренного способа является низкая эффективность в результате непродолжительного срока службы эталонных пластинок. Высокая точность расположения отверстий эталонной пластинки, достигаемая трудоемкой и кропотливой работой лекальщиков, очень быстро уменьшается от износа отверстий при частых посадках эталонной пластинки на штифт.

Способ изготовления отверстий в пуансонодержателях, разработанный Я. И. Городецким, устраняет отмеченный недостаток, значительно увеличивая срок службы эталонных пластинок.

Центрирование эталонной пластинки (фиг. 4) на планшайбе съемного шпинделя токарно-расточного станка по одному из отверстий осуществляется на специальном приборе. Снятый со станка шпиндель закрепляют в подшипнике прибора, расположенном под микроскопом. На планшайбе устанавливают пуансонодержатель, соединенный штифтами P_1 , P_2 и P_2 с эталонной пластинкой. Эталонную пластинку устанавливают так, чтобы ось ее отверстия, одноименного с растачиваемым отверстием пуансонодержателя, совпала с осью шпинделя, вращаемого от руки в подшипнике прибора. В этом случае отверстие эталонной пластинки, наблюдаемое в поле зрения микроскопа, будет казаться неподвижным при вращении шпинделя. После такой установки пуансонодержатель закрепляют на планшайбе, а эталонную пластинку снимают. Подобным образом производится установка пуансонодержателя на планшайбе съемного шпинделя для расточки остальных отверстий. Так как эталонная пластинка не подвергается износу, то ее можно изготавливать из латуни, что значительно облегчает получение отверстий с высокой точностью координат центров. Прежний способ изготовления пуансонодержателей обладал еще одним существенным недостатком. Штампы быстро выходили из строя, так как пуансонодержатели были незакаленными. В способе, разработанном Я. И. Городецким, предусмотрена закалка пуансонодержателей до твердости $HRC\ 58-60$ перед расточкой отверстий. При окончательной обработке отверстия шлифуют оправками, шаржированными алмазным порошком.

Применение закаленных пуансонодержателей значительно повысило срок службы штампов.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

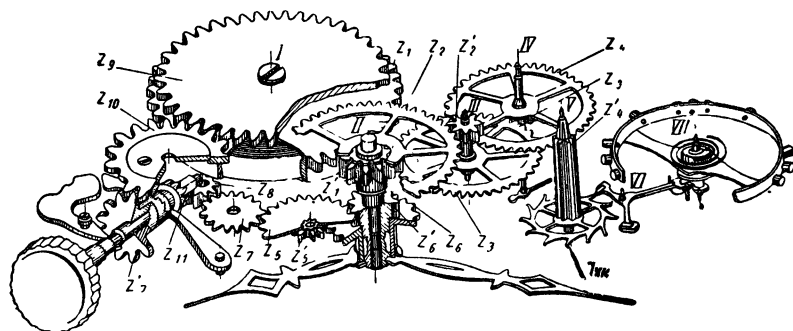
На фиг. 5 представлена кинематическая схема механизма наручных часов. Эта схема является наиболее общей и встречается во многих часовых механизмах, независимо от их размеров и формы. На примере этой схемы можно показать назначение зубчатых передач часовых механизмов.

Зубчатые передачи в часовых механизмах предназначены для следующих целей.

1. Для передачи момента вращения от барабана к ходовому колесу. Эта зубчатая передача включает барабан z_1 , сцепляющийся с трибом z_1' центрального колеса, центральное колесо z_2 , сцепляющееся с трибом z_2' промежуточного колеса, промежуточное колесо z_3 , сцепляющееся с трибом z_3' секундного колеса, и секундное колесо z_4 , сцепляющееся с трибом z_4' ходового колеса $z_{х.к}$. Ходовое колесо, анкерная вилка VI и баланс VII составляют узел спускового регулятора.

2. Для передачи вращения от минутной стрелки к часовой. За один оборот минутной стрелки часовая должна повернуться на $\frac{1}{12}$ часть оборота. Это зубчатая передача включает триб минутной стрелки z_6' , фиксельное колесо z_5 с трибом z_5' и часовое колесо z_6 .

3. Для передачи барабану вращающего момента от заводной головки при заводе часов. В эту передачу входят заводной триб z_7' , заводное колесо z_{10} и барабанное колесо z_9 , закрепляемое на валу барабана.



Фиг. 5. Зубчатые передачи часового механизма.

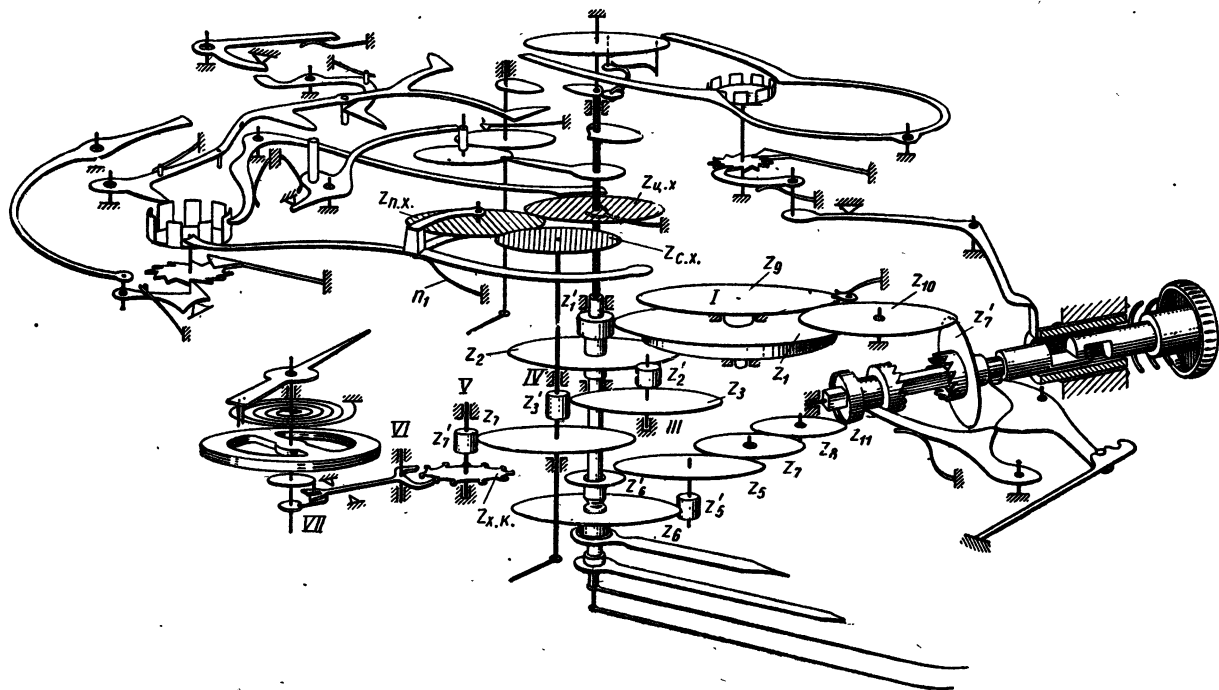
4. Для перевода стрелок. Эта передача включает кулачковую муфту z_{11} , переводное малое колесо z_8 , переводное большое колесо z_7 и далее колеса и трибы z_5 , z_6' , z_5' и z_6 , упомянутые выше.

В ряде более сложных часовых механизмов с боем, календарем, секундомером и другими устройствами наряду с перечисленными имеются дополнительные передачи, как, например, зубчатые передачи механизма боя, календаря, передачи, связанные с введением центральной секундной стрелки. Для примера на фиг. 6 показана кинематическая схема наручных часов с двухстрелочным секундомером.

Своеобразной является зубчатая передача для включения секундной стрелки. На приведенной схеме эту передачу образуют секундное хронографное колесо $z_{n.x} = 85$, промежуточное хронографное колесо $z_{n.x} = 70$ с рычагом включения и центральное хронографное колесо $z_{c.x} = 170$.

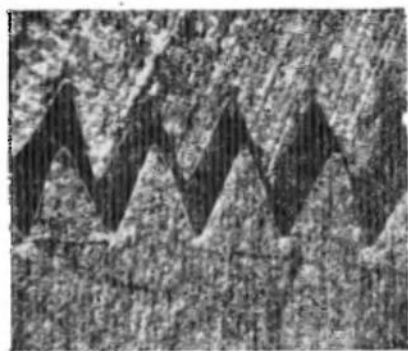
Эти колеса имеют едва заметные зубья треугольного профиля. Зацепление таких колес в связи с их малыми зубьями иногда называют «бархатным».

Секундное и промежуточное хронографные колеса находятся в постоянном зацеплении. На фиг. 7 показано зацепление таких колес при увеличении 100 : 1. Промежуточное хронографное колесо вводится в зацепление с центральным хронографным колесом при включении секундомера посредством поворота рычага включения.

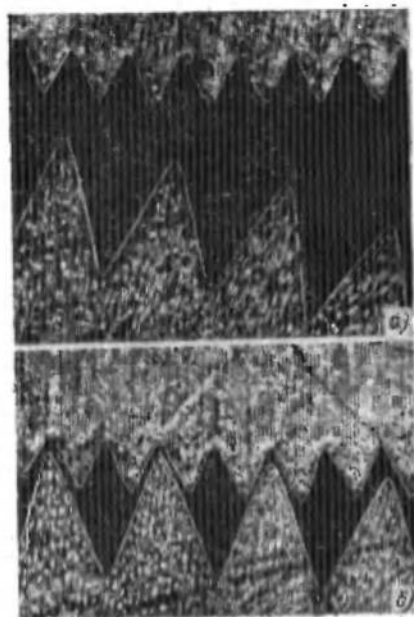


Фиг. 6. Кинематическая схема механизма наручных часов с двухстрелочным секундомером.

На фиг. 8, а показано положение зубьев этих колес до включения, а на фиг. 8, б — после включения. Зацепление центрального хронографного колеса с промежуточным осуществляется через один зуб, так как зубья центрального хронографного колеса в 2 раза меньше зубьев промежуточного. Этим в 2 раза уменьшается возможное начальное смещение центральной секундной стрелки при ее включении, когда зубья промежуточного хронографного колеса входят во впадины между зубьями центрального хронографного колеса. Наибольшая возможная величина смещения секундной стрелки при включении будет определяться углом, соответствующим половине толщины зуба центрального хронографно-



Фиг. 7. Зацепление секундного и промежуточного хронографных колес при многократном увеличении.



Фиг. 8. Промежуточное и центральное хронографные колеса при большом увеличении:

а — до включения секундомера; б — после включения секундомера.

го колеса. Эта величина для рассматриваемого механизма часов составляет $\frac{1}{z_{ц.х} \cdot 2} = \frac{1}{170 \cdot 2} = \frac{1}{340}$ оборота, что соответствует примерно 0,2 секунды.

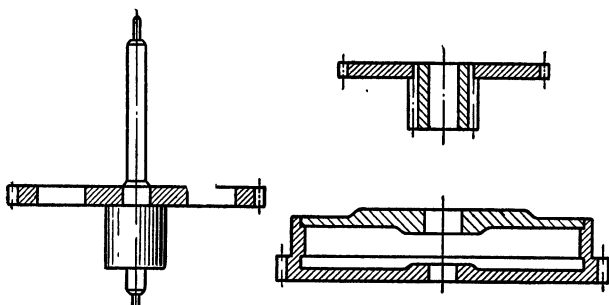
При обычном зацеплении эта погрешность могла быть в 2 раза больше. К особенностям этой зубчатой передачи следует отнести также наличие пружины Π_1 , прижимающей рычаг включения, а вместе с ним и промежуточное хронографное колесо к центральному хронографному колесу, и допускающей отжатие промежуточного колеса. Этим обеспечивается надежное зацепление зубьев при наличии неизбежных погрешностей изготовления (биения, погрешностей окружных шагов и др.).

Все перечисленные зубчатые передачи можно подразделить на основную и вспомогательные. К основной следует отнести передачу

от барабана к ходовому колесу, так как она обеспечивает работу часового механизма. Эта передача по своему характеру является силовой передачей. Однако между центральным колесом и ходовым колесом должно обеспечиваться также определенное соотношение в их угловых перемещениях.

Все остальные зубчатые передачи следует отнести к категории вспомогательных передач.

Зубчатые передачи часовых механизмов существенно отличаются от зубчатых передач общего машиностроения по конструктивному оформлению и по размерам.



Фиг. 9. Конструкции зубчатых колес и трибов, типичные для часовых механизмов.

Большинство зубчатых колес часовых механизмов представляют собой неразъемные узлы, состоящие из двух деталей — собственно колеса, обычно выполняемого из тонкой листовой свинцовистой латуни ЛС-63-3Т, и триба, изготовляемого из стали У7АВ или У10А за одно целое с осью. Трибы обычно имеют небольшое число зубьев.

На фиг. 9 представлены конструкции зубчатых колес и трибов, типичные для часовых механизмов. Отличительной особенностью конструкций колес являются весьма малые диаметры цапф осей (до 0,08 мм), что необходимо для уменьшения момента трения в подшипниках. Поверхность цапф тщательно полируется.

Характерным для часовых зубчатых механизмов являются большие общие передаточные отношения от $i = 4500$ до $i = 40000$ и выше. При этом достаточно большими оказываются также передаточные отношения в отдельных зубчатых парах (20:1; 10:1).

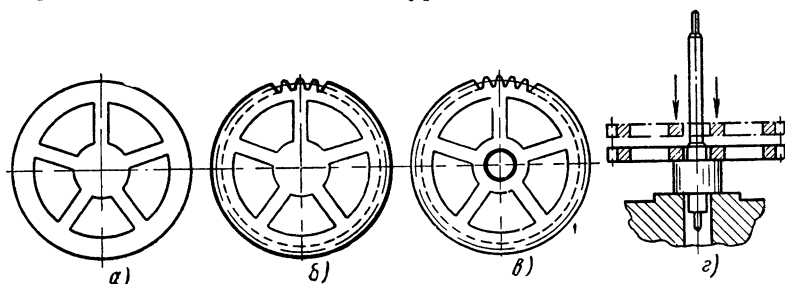
В основной зубчатой передаче часовых механизмов наиболее распространены передаточные отношения от 8:1 до 6:1.

О некоторых особенностях изготовления зубчатых колес часовых механизмов. Большинство колес часового механизма являются узлами, состоящими из двух неподвижно соединенных деталей: собственно колеса, обычно выполняемого из тонкой листовой латуни, и триба, изготовляемого из стали.

Ось триба имеет тонкие закаленные цапфы, легко ломающиеся при незначительном изгибе.

Указанные особенности в конструктивном выполнении часовых зубчатых колес вызвали сложную технологию их изготовления, которая в основном состоит в следующем (фиг. 10).

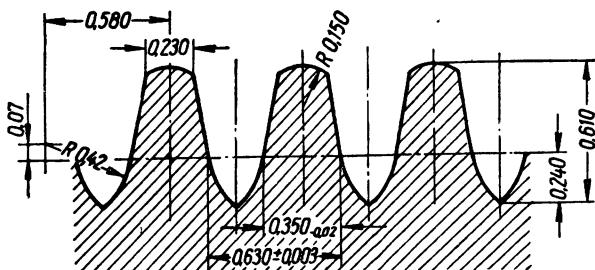
Из листового материала штампуют заготовки колес (фиг. 10, а) без центрального отверстия. Затем нарезают зубья (фиг. 10, б). Для этого на разжимную оправку устанавливается до 50 заготовок с базированием по внешним контурам окон. Оправка устанавли-



Фиг. 10. Последовательность изготовления зубчатого колеса.

вается в центрах зубофрезерного станка и методом обкатки производится нарезание зубьев у всех заготовок. Следует отметить, что зубья всех колес, за исключением нижнего, при вертикальном расположении оправки нарезаются без заусенцев.

По сравнению с нарезанием зубьев с эвольвентным профилем использование метода обкатки для нарезания зубьев с циклоид-



Фиг. 11. Профиль зубьев червячной фрезы для нарезания одного из зубчатых колес наручных часов.

дальным профилем усложняется в связи с большими трудностями, которые возникают при профилировании и изготовлении червячных фрез.

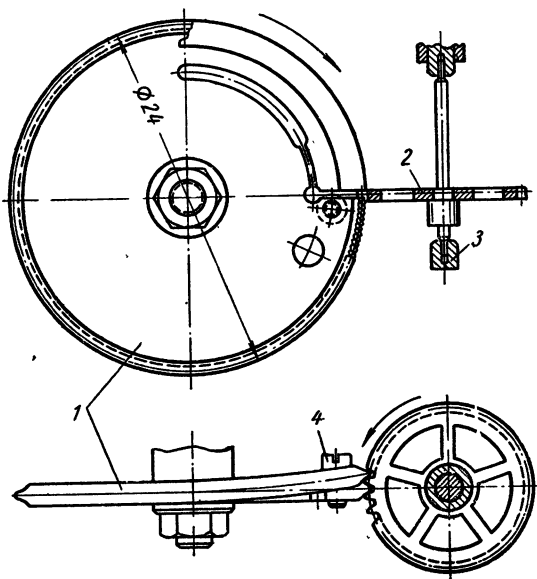
Профиль режущих кромок червячных фрез получается довольно сложным, зубья имеют очень малые размеры, поэтому такие фрезы трудно изготовлять и контролировать.

На фиг. 11 приведен профиль зубьев червячной фрезы в осевом сечении для нарезания одного из зубчатых колес наручных часов.

До настоящего времени не освоено шлифование боковых поверхностей зубьев у таких фрез, поэтому искажения размеров и формы режущих кромок, появляющиеся в результате термической обработки, не устраняются и переносятся на нарезаемое колесо.

Сложность технологии изготовления колес вызывается также необходимостью получить часовое колесо с очень малым биением зубчатого венца относительно оси вращения, или, что то же самое, относительно оси цапф триба.

Для выполнения этого требования операцию вырубки центрального отверстия производят после нарезания зубьев, базируя колесо по окружности выступов (фиг. 10, в). В этом случае биение колес можно ограничить величиной порядка 0,02 мм.



Фиг. 12. Схема операции обкатки часового зубчатого колеса.

После вырубки производится напрессовка колес на трибы (фиг. 10, г). В особых случаях для уменьшения биения зубчатых венцов колес и улучшения профилей зубьев применяется операция обкатывания колес при помощи многозубых дисковых фрез¹. Такая фреза (фиг. 12) имеет вид диска с наружным диаметром 24 мм. Примерно на $\frac{3}{4}$ окружности диска 1 имеется большое количество режущих зубьев (от 100 до 350), эту часть фрезы следует

¹ В заводском обиходе эту операцию иногда называют «кружением». Несмотря на то, что кружение применяется уже давно, полной ясности в его назначении не имелось. Единственным объяснением этому может служить отсутствие в нашей и известной нам иностранной литературе каких-либо материалов по этому вопросу.

назвать рабочей, остальная часть фрезы, которую можно назвать поводковой, отогнута из плоскости симметрии рабочей части фрезы и поджимается при помощи винта 4 на величину шага колеса 2, подлежащего обкатке.

Для проведения этой операции фреза вводится во впадину между зубьями установленного в центрах 3 колеса таким образом, чтобы ось симметрии зуба фрезы проходила через ось вращения колеса.

При вращении фрезы, в тот момент, когда ее последний режущий зуб, прилегающий к прорези, выходит из впадины колеса, отогнутый конец поводкового участка фрезы входит в соседнюю впадину на колесе и, проходя в ней, поворачивает колесо на величину шага, устанавливая подлежащую обработке очередную впадину симметрично рабочему участку фрезы.

Возможность свободного вращения колеса гарантирует симметричную обработку впадины, что не искажает величин окружных шагов, полученных в процессе нарезания зубьев, и сводит к минимуму погрешности в профиле и толщине зуба колеса от осевого биения шпинделя, на котором закреплена фреза.

Выбор вида зацепления в зубчатых передачах приборов. В зубчатых передачах приборов применяются самые различные виды зацеплений зубьев, а именно: эвольвентные, треугольные, циклоидальные, часовые и цевочные.

В передачах с небольшими передаточными отношениями наибольшее распространение получило эвольвентное зацепление.

В часовых механизмах и передачах с большими передаточными отношениями и, особенно, при жестких требованиях к габаритным размерам применяется циклоидальное зацепление и его видоизменения — часовое и цевочное.

Выбор вида зацепления в зубчатых передачах приборов определяется следующими условиями:

1. Зубчатые передачи большинства приборов должны иметь большие передаточные отношения и небольшие размеры. Последнее требование обеспечивается применением малых модулей.

2. Зацепление должно быть по возможности нечувствительным к неизбежным погрешностям изготовления колес и трибов. Это требование особенно важно в силу чрезвычайно малых размеров зубьев, при которых относительные погрешности достигают больших величин.

3. Зубчатые передачи приборов, особенно при малых модулях, должны иметь большие радиальные и боковые зазоры для компенсации погрешностей изготовления, особенно тех из них, которые приводят к сближению зубчатых венцов колеса и триба. К этим погрешностям в первую очередь относятся погрешности в межцентровом расстоянии и эксцентриситеты зубчатых венцов колес и трибов.

4. В большинстве случаев к зацеплениям, применяемым в приборах, предъявляются повышенные требования к сохранению по-

стоянства передаточного отношения. Исключением являются зубчатые передачи в часах, от которых не требуется точного сохранения передаточного отношения, поскольку оно меняется периодически. За время работы механизма медленно вращающиеся колеса, например барабан, поворачиваются на целое число оборотов (при заводе часов в одно и то же время), а быстро вращающиеся колеса делают столь большое число оборотов за сутки, при котором отклонения в долях оборота не оказывают практического влияния на точность хода часов.

5. Передача вращения должна быть по возможности непрерывной, т. е. зацепление новой пары зубьев должно начинаться до окончания зацепления впереди идущей пары зубьев. Отсюда следует, что коэффициент перекрытия должен быть больше или, по крайней мере, равен единице.

6. В зубчатых передачах многих приборов, работающих на ускорение вращения, получаемые на конечных осях моменты вращения весьма малы и едва превышают моменты торможения. При этих условиях трение между зубьями и в подшипниках (камнях) должно быть очень малым. В связи с этим цапфы осей должны иметь по возможности малые диаметры, а рабочие поверхности зубьев и цапф должны быть хорошо отполированы.

7. Скользяние зубьев должно быть минимальным и равномерным.

В настоящее время нет зацепления, которое удовлетворяло бы одновременно всем перечисленным условиям и вряд ли такое зацепление может быть найдено. В связи с этим следует иметь в виду, что для нормальной работы многих зубчатых передач не требуется выполнения всех перечисленных условий.

Выполнение некоторых из этих условий представляет значительные трудности, особенно при малых модулях, когда относительные величины погрешностей достигают больших величин.

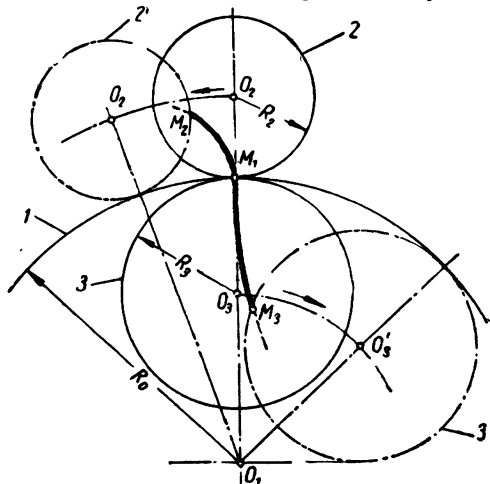
Характеристики циклоидального, часового и цевочного зацеплений.

Профиль зуба колеса в циклоидальном зацеплении является сложным, состоящим из двух кривых, получаемых путем качения двух производящих окружностей соответственно снаружи и внутри основной окружности (фиг. 13). При качении производящей окружности 2 снаружи основной окружности 1 образуется эпициклоидальный профиль M_1M_2 головки зуба, а при качении производящей окружности 3 внутри основной окружности 1 образуется гипоциклоидальный профиль M_1M_3 ножки зуба колеса.

Эпициклоидальный профиль M_1M_2 приближается к эвольвентному MM_4 (фиг. 14), образуемому качением прямой 4 по основной окружности 1. В связи с этим эвольвентный профиль можно рассматривать как частный случай циклоидального, когда радиус R_4 производящей окружности равен бесконечности.

Как следует из изложенного, общий профиль зуба при заданном радиусе основной окружности R_0 изменяется с изменением радиусов R_2 и R_3 производящих окружностей.

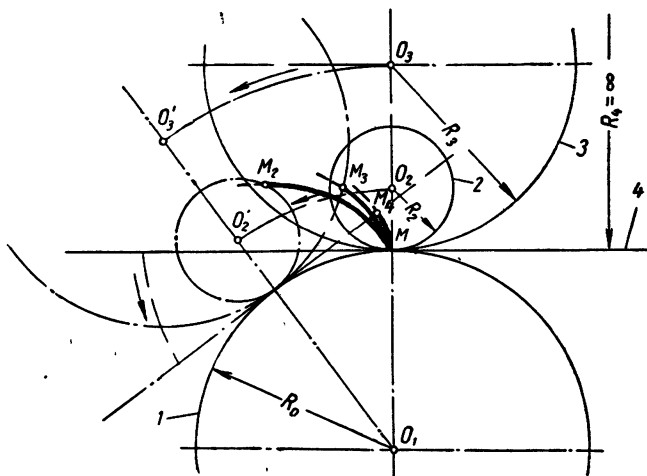
На фиг. 15 представлено циклоидальное прямобоочное зацепление. Для сохранения постоянства передаточного отношения зубчатой передачи необходимо, чтобы соприкасающиеся участки зубьев, например головка зуба колеса и ножка зуба триба, образовались от одной и той же производящей окружности. В этом случае вращение колес будет характеризоваться чистым качением основных окружностей 1 и 2, что видно из сопоставления различных положений соприкасающихся зубьев, показанных на фигуре.



Фиг. 13. Схема образования циклоидально-го профиля зуба.

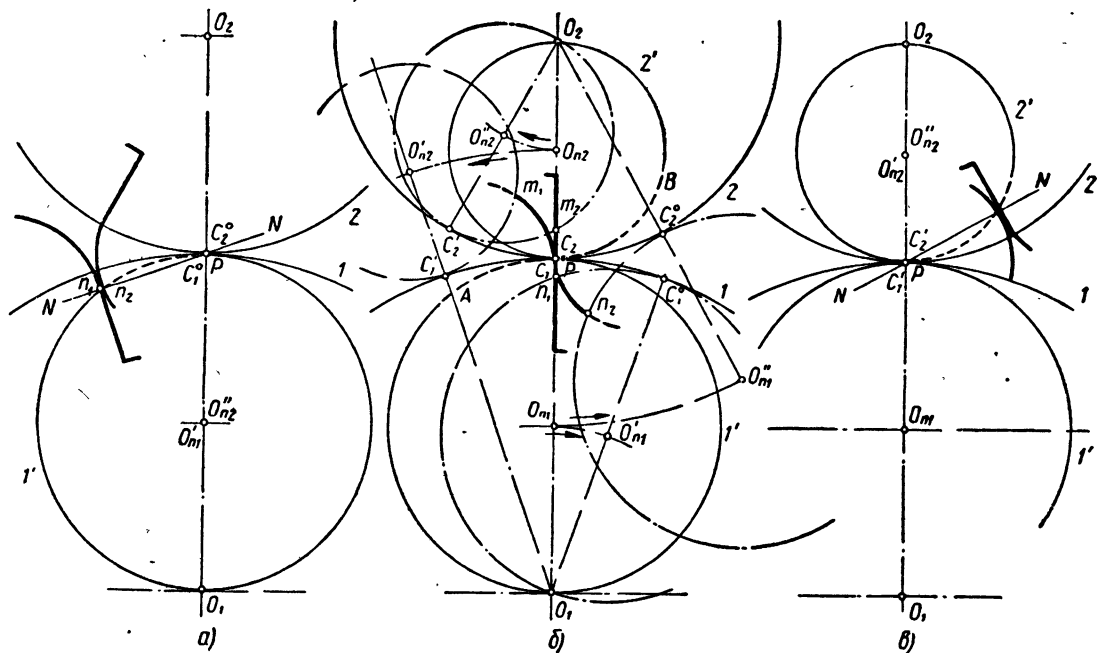
Точка P касания основных окружностей, называемая полюсом зацепления, служит центром мгновенного вращения колес в их относительном движении. Через полюс проходит нормаль NN к профилям в точке их касания.

На фиг. 15, б показано положение профилей зубьев, при котором точка касания лежит на линии центров. На фиг. 15, в показано



Фиг. 14. Изменение формы профиля головки зуба при увеличении радиуса производящей окружности.

положение профилей, при котором основные окружности повернуты без скольжения до совпадения их точек C'_1 и C'_2 . В этом слу-



Фиг. 15. Прямоочное циклоидальное зацепление часовых зубчатых передач.

чае совпадут также центры производящей окружности $2'-O'_{n2}$ и O''_{n2} и точки профилей m_1 и m_2 , так как $\overline{C_2C'_2} = \overline{C_1C'_1}$ и $C'_1 m_1 = C'_2 m_2$ (см. фиг. 15, б).

На фиг. 15, а показано касание профилей зубьев перед линией центров. В этом случае на линии центров в полюс зацепления P попадают точки основных окружностей C'_1 и C'_2 . В соприкосновении будут находиться точки профилей n_1 и n_2 . Как видно из фигуры, точки профилей зубьев m_1 и m_2 , n_1 и n_2 и, следовательно, любые другие точки их в момент касания неизменно находятся на соответствующих производящих окружностях, когда последние проходят через полюс зацепления P .

Отсюда следует, что в циклоидальном зацеплении линией зацепления являются дуги \overline{AP} и \overline{PB} производящих окружностей (см. фиг. 15, б), так как они представляют собой геометрические места точек касания профилей зубьев.

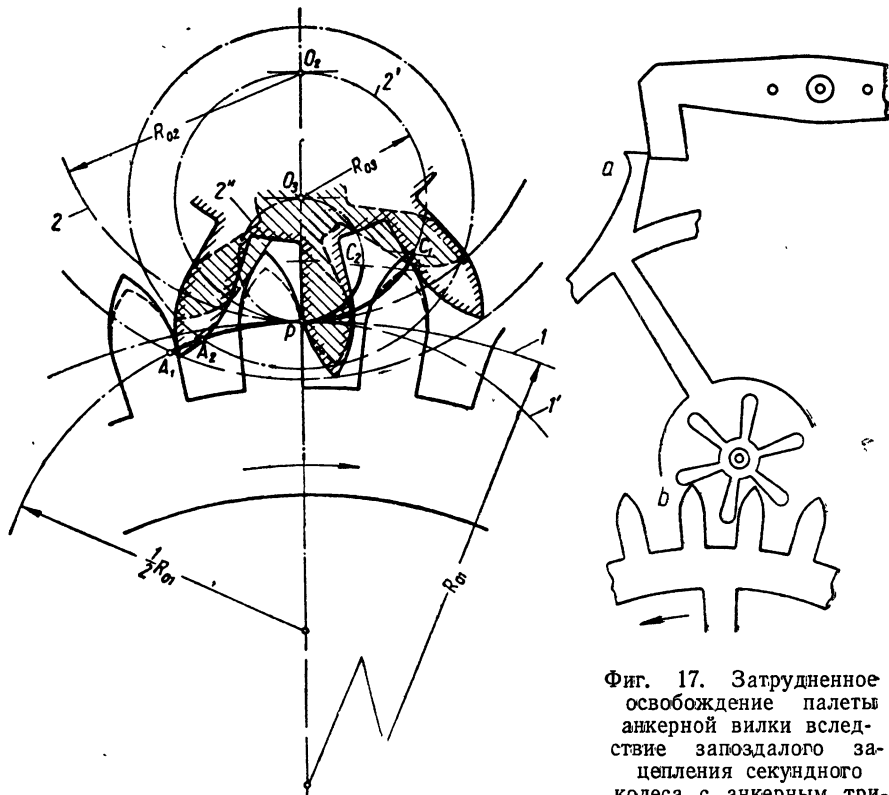
Из рассмотренного вытекает также, что каждому колесу должен соответствовать вполне определенный триб, поскольку головка зуба колеса образовывается производящей окружностью, служащей одновременно для получения ножки зуба триба. И, наоборот, каждому трибу соответствует одно вполне определенное колесо. Для пояснения этого на фиг. 16 показаны сплошной линией профили зубьев колеса $z_1 = 30$ и триба $z_2 = 12$, а штриховой — те же профили зубьев при $z_2 = 6$.

Линии зацепления для этих двух передач показаны утолщенными линиями A_1PC_1 и A_2PC_2 . Начальные точки линий зацепления A_1 и A_2 получаются в результате пересечения окружностей выступов трибов с производящей окружностью I' колеса. Конечные точки линий зацепления C_1 и C_2 получаются при пересечении окружности выступов колеса с производящими окружностями трибов $2'$ и $2''$.

Из сравнения этих зацеплений видно, что высота головок зубьев триба с 6 зубьями меньше, чем триба с 12 зубьями. Аналогичным образом изменяется и высота головок зубьев колеса.

Соблюдение отмеченного выше условия обеспечивает теоретически правильное зацепление зубьев с сохранением постоянного передаточного отношения. При несоблюдении этого условия, например, при зацеплении триба, имеющего 12 зубьев, с колесом, предназначенным для зацепления с 6-зубым трибом, нарушится постоянство передаточного отношения и правильность зацепления. В этом случае высота головки зуба колеса будет слишком малой и недостаточной, чтобы повернуть триб на необходимый угол за линией центров. Вследствие этого зацепление следующей пары зубьев начнется далеко перед линией центров при значительном уменьшении передаваемого момента вращения, воспринимаемом как потери на так называемое «входящее трение». Точно также нельзя допустить, чтобы триб, имеющий 6 зубьев, работал с колесом, предназначенным для 12-зубого триба и имеющего в связи с

этим высокие зубья. В этом случае при небольшом повороте колеса в обратном направлении, что, например, может иметь место в часовых механизмах с анкерным спуском, вершины его зубьев вдавились бы в ножки зубьев триба. Такой случай показан на фиг. 17. зуб *a* спускового колеса лежит на плоскости покоя палеты



Фиг. 16. Зацепление зубчатого колеса с трибом.

Фиг. 17. Затрудненное освобождение палеты анкерной вилки вследствие запоздалого зацепления секундного колеса с анкерным трибом.

и притягивает анкерный триб, а зуб *b* секундного колеса в этот момент подпирает зуб триба. Усилие, передаваемое зубом колеса на зуб триба в таком положении достигает значительной величины. В этом случае эллипс баланса должен освободить спуск, а спусковое колесо должно сделать небольшой отход назад; но это в рассматриваемом зацеплении невозможно, вследствие того что зубья триба и колеса, как это видно из фиг. 17, заклинивают спуск.

По аналогичным соображениям невозможно было бы обеспечить хорошую работу триба, имеющего 8 зубьев с колесом, имеющим 60 зубьев, предназначенным для 10-зубого или для 6-зубого триба.

Из изложенного следует, что для изготовления колес и трибов

циклоидального зацепления требуется чрезвычайно большой ассортимент режущего инструмента. Так, для нарезания колес с одним и тем же числом зубьев при одном и том же модуле потребуется столько различных фрез, сколько будет предусмотрено трибов с разными числами зубьев для работы с этими колесами. Точно также для нарезания трибов, имеющих одинаковые числа зубьев, при одном и том же модуле потребуется столько различных фрез, сколько будет предусмотрено колес с различным количеством зубьев для работы с этими трибами.

Следует также учитывать большие затруднения в изготовлении головки зуба по эпициклоидальной кривой, особенно при малых модулях. Кроме того, при изготовлении и измерении мелко модульных колес и трибов сильно возрастают относительные погрешности. Большие затруднения возникают и при изготовлении режущего инструмента. Поэтому применение теоретически правильных циклоидальных профилей зубьев в зубчатых передачах часов экономически себя не оправдало. Помимо этого было установлено, что работа зубчатой передачи с теоретически правильным циклоидальным зацеплением в сильной степени зависит от погрешностей изготовления.

Следует также отметить, что в циклоидальном зацеплении колебание вращающего момента на ведомом трибе больше, чем в часовом зацеплении. В связи с этим циклоидальное зацепление хуже, чем часовое, удовлетворяет специфическим эксплуатационным требованиям, предъявляемым к зубчатым передачам часовых механизмов.

У зубьев с теоретически правильным эпициклоидальным профилем головки высота последней оказывается очень большой, что косвенно отражается на прочности трибов, особенно при малом числе их зубьев и малых модулях передачи.

Все перечисленные соображения послужили поводом к замене эпициклоидального профиля головок зубьев дугами окружностей. Соответствующим выбором радиуса заменяющей окружности и ее положения относительно центра колеса можно значительно улучшить работу зубчатой передачи в реальных условиях. Это было подтверждено исследованием изменения углов входа зубьев в зацепление и колебания передаточных отношений при замене дуг эпициклоид, ограничивающих головки зубьев (фиг. 18) дугами окружностей.

Исследования были проведены на зацеплении 36-зубого колеса с 16-зубым трибом. Цифрами 1 и 4 отмечены зубья колеса и триба, головки которых ограничены эпициклоидами.

В табл. 3 приведены значения углов входа зубьев в зацепление для этих форм зубьев при трех значениях межцентрового расстояния — нормальном, увеличенном и уменьшенном.

Из таблицы видно, что при зацеплении зубьев 3 и 5 (фиг. 18), головки которых очерчены дугами окружностей, можно получить величины углов входа в зацепление значительно меньшие, чем для

Величины углов зацепления, измеренные в углах поворота триба

Таблица 3

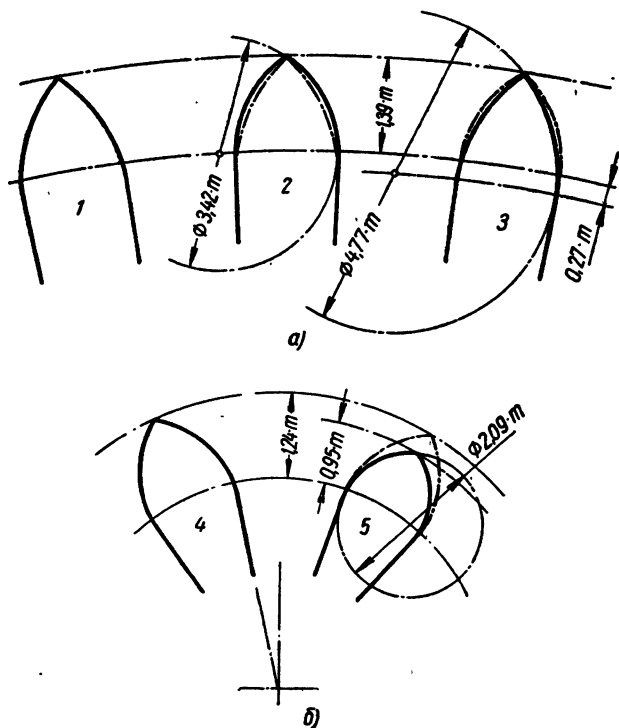
Межцентровое расстояние	Величины углов при формах зубьев											
	Формы зубьев 1 и 4				Формы зубьев 2 и 5				Формы зубьев 3 и 5			
	Общий	Перед линей центров	За линей центров	Скаль- ывание	Общий	Перед линей центров	За линей центров	Скаль- ывание	Общий	Перед линей центров	За линей центров	Скаль- ывание
Нормальное	79°	37°20'	41°40'	—	60°	11°20'	48°40'	—	53°	10°	43°	7°
Увеличенное	48°30'	39°	9°30'	—	56°30'	23°30'	33°10'	—	54°	28°30'	25°30'	—
Уменьшенное	49°	6°10'	42°50'	—	56°30'	6°30'	50°	3°30'	48°20'	5°30'	42°50'	1°10'

зацепления зубьев 1 и 4 с эпициклоидальными формами головок зубьев, что улучшает качество передачи.

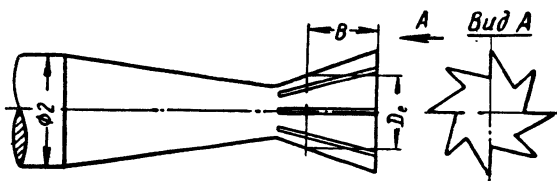
При замене дуг эпициклоид головок зубьев дугами окружностей значительно упрощается изготовление дисковых фрез для нарезания колес и трибов, а также и червячных фрез.

В этом случае профиль зуба дисковой фрезы, соответствующий профилю впадины между зубьями колеса или триба, получают при помощи маленьких пальцевых фрез (фиг. 19) на зубофрезерных станках. Радиус пальцевой фрезы в плоскости передней грани зуба дисковой фрезы, т. е. на некотором расстоянии B от торца, равен радиусу дуги окружности головки зуба колеса. Траектория движения оси пальцевой фрезы при нарезании зубьев дисковых фрез эквидистантна впадине между зубьями колеса (фиг. 20). Здесь уместно отметить, что этим способом нельзя получить профиль зуба фрезы для нарезания колеса, зуб которого имеет резко выраженную точку (B) на делительной окружности, образованную пересечением радиальной прямой с дугой окружности.

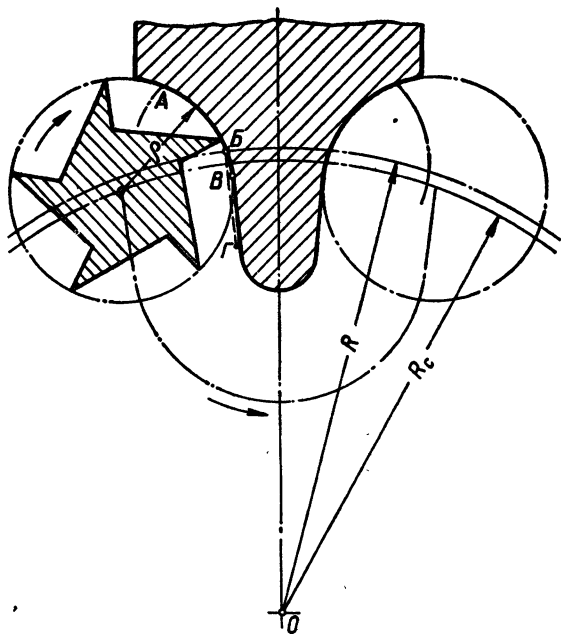
Такой профиль в соответствии с приведенной технологией изготовления фрезы является неправильным. Как видно из фигуры, при образовании дуги AB на зубе фрезы невозможно получить показанный штриховой линией прямолинейный участок $BГ$, соответствующий ножке зуба колеса. Несмотря на это, некоторые авторы именно таким (фиг. 21, a) представляли и описывали профиль зуба часового колеса. В действительности радиальная прямая ножки зуба должна быть касательной к дуге окружности, ограничивающей головку. Это возможно обеспечить путем продления дуги за делительную окружность до места касания ее с радиальной прямой ножки зуба колеса, т. е. до точки B .



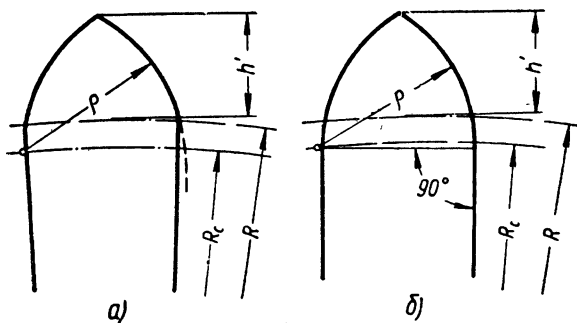
Фиг. 18. Формы зубьев, исследованные инж. Гренада:
 а — для колес; б — для трибов.



Фиг. 19. Пальцевая фреза для нарезания зубьев дисковых фрез.



Фиг. 20. Траектория движения пальцевой фрезы при образовании профиля зуба многозубой дисковой фрезы для обкатки часовых колес.

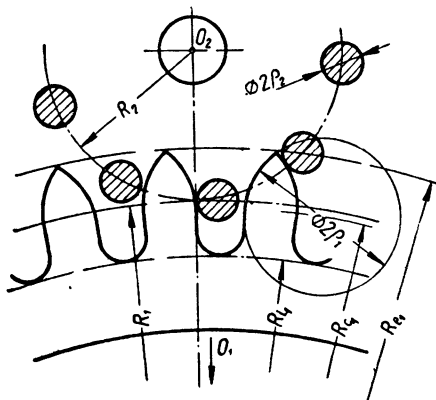


Фиг. 21. Формы зуба колеса:
 а — нетехнологичная; б — технологичная.

Полученная в соответствии с описанной технологией рациональная форма зуба колеса изображена на фиг. 21, б.

Таким же образом следует представлять профиль головки зуба триба, т. е. он также должен быть плавным без «переходных» точек на делительной окружности. Для отличия от чисто циклоидальных такие профили зубьев и трибов называются часовыми.

Разновидностью циклоидального является цевочное зацепление. Цевочное зацепление (фиг. 22), применяемое в часовых механизмах, по существу мало отличается от часового. Основное отличие состоит лишь в том, что у зубьев малого колеса (триба) «отброшен» прямолинейный участок ножки зуба и оставлен лишь дуговой профиль головки зуба, доведенный до цилиндра, оформленного конструктивно в виде так называемой цевки. Поэтому цевочное зацепление целесообразно назвать цевочным часовым зацеплением.



Фиг. 22. Цевочное зацепление.

НОРМАЛИЗАЦИЯ ЧАСОВОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

До последнего времени зубчатые передачи в отечественной часовой промышленности рассчитывались в полном соответствии со швейцарскими нормальями (NHS 56703). По этим нормальям в качестве основных параметров зубчатого колеса приняты высота h' головки зуба и радиус r дуги головки зуба (см. фиг. 21). Величины h' и r рассчитываются по следующим формулам:

$$h' = 0,475 \cdot f \cdot m;$$

$$r = 0,7 \cdot f \cdot m,$$

где m — модуль зуба.

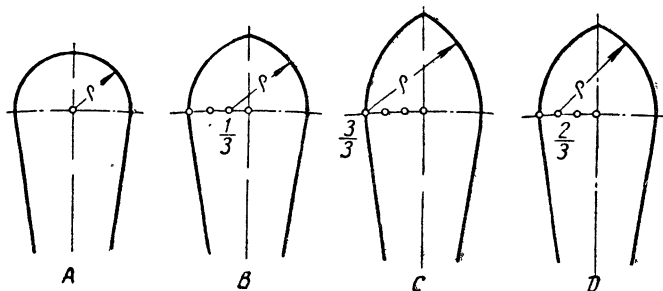
Числовые значения коэффициента f , входящего в эти формулы, приводятся в таблицах и определяются в зависимости от числа зубьев колеса и триба, образующих зубчатую передачу. Для трибов установлены четыре формы головок зубьев — A , B , C и D (фиг. 23).

Форма зуба A в настоящее время практически не применяется. Формы B , C и D применяются в часовых механизмах высокого качества.

Существенным недостатком швейцарских нормалей является отсутствие теоретических расчетов для определения величин h' и r . Неудачным является также выбор в качестве одного из основных



параметров высоты h' головки зуба. Высота головки зуба не имеет непосредственного отношения ни к кинематике, ни к динамике зубчатой передачи. В ряде случаев, особенно в передачах с относительно большим числом зубьев триба, высота головки зуба колеса может быть уменьшена, так как участок дуги, близкий к вершине зуба, в зацеплении не участвует. Помимо этого вершина зуба не может служить удобной измерительной базой, так как ее трудно



Фиг. 23. Формы зубьев трибов.

но выполнить с теоретически правильным заострением. Кроме того, в швейцарских нормалях отсутствуют данные для определения полного профиля зуба колеса или триба.

Ряд параметров, например радиус окружности центров дуг головок зубьев колеса, рекомендуется определять путем графического построения, что не может обеспечить требуемой точности.

Впервые проблема создания отечественной нормали на часовые зубчатые зацепления была поставлена и решена в 1947 г. на кафедре метрологии МВТУ им. Баумана на основании работ акад. П. Л. Чебышева. В 1952 г. в Научно-исследовательском институте часовой промышленности (НИИЧП) была разработана отечественная нормаль на часовые зубчатые передачи. Ныне действующая нормаль «Передачи зубчатые цилиндрические мелко-модульные с часовым профилем. Номинальные размеры» утверждена в 1958 г. Эта нормаль была внедрена на всех часовых заводах Советского Союза. По этой нормали уже рассчитаны зубчатые передачи часов «Заря» и «Комета» на Пензенском заводе, будильника 84В («Дон») Ростовского завода, напольные часы Орловского завода, миниатюрные наручные часы «Эра» 2 МЧЗ и др.

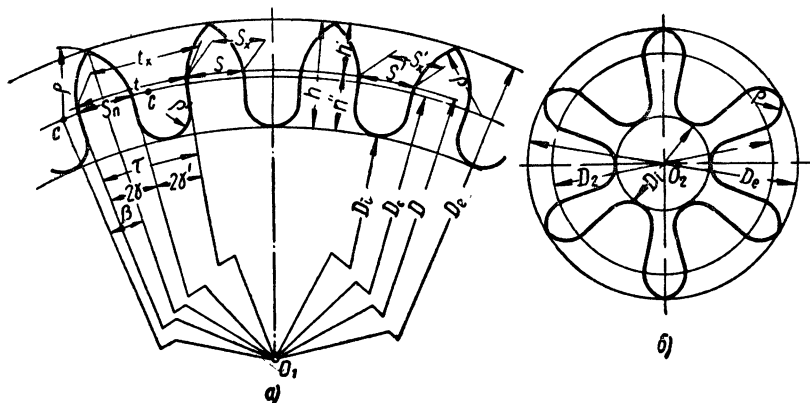
В 1956 г. в НИИЧП была проведена работа по созданию проекта ГОСТа на часовые зубчатые передачи.

В отличие от швейцарских в отечественной нормали в качестве основных параметров были приняты радиус ρ окружности, заменяющей эписцилоидальный профиль головки зуба колеса, и радиус R_c окружности, определяющей положение центров заменяющих окружностей относительно центра колеса (фиг. 24).

Окружность радиуса R_c (на фигуре показан диаметр D_c) соот-

ветствует основной окружности в эвольвентном и циклоидальном зацеплениях и имеет такое же важное значение для определения основных характеристик передачи. Как будет показано дальше, размеры R_c и ρ , как и межцентровое расстояние A , полностью определяют характер зацепления пары зубьев.

Ножки зубьев колес и трибов с часовым профилем ограничены радиальными прямыми. Впадины между зубьями рекомендуется



Фиг. 24. Основные размеры:
а — часового зубчатого колеса; б — триба.

выполнять по дуге окружности, плавно сопряженной с прямыми, ограничивающими ножки зубьев.

Формулы и данные для расчета размеров часовой зубчатой передачи приведены в табл. 4. Наименования обозначений, используемых в работе и в табл. 4, приведены на стр. 4—6.

В табл. 5 приведены модули, принятые для часовых зубчатых передач. Отклонения от этих модулей допускаются только* в тех случаях, когда на параллельных осях расположено две или больше зубчатых пар (стрелочный механизм, передача центральной секундной стрелки).

В табл. 6 приведены значения коэффициентов k_c и k_p для расчета основных размеров зацепления — R_c и ρ . Расчет их ведется по формулам (1) и (2) [формулы (6) и (7) в табл. 4].

$$R_c = \frac{mz}{2} - \Delta R_c; \quad \Delta R_c = k_c \cdot m; \quad (1)$$

$$\rho = k_p \cdot m. \quad (2)$$

Значения коэффициентов k_c и k_p даны в табл. 6 для колес с числами зубьев от 30 до 100.

В табл. 7 и 8 приведены коэффициенты $k_{h'}$ — высоты головки зуба и q — для определения радиуса дуги впадины [формула (23) в табл. 4]. Эти таблицы являются вспомогательными. Значения $k_{h'}$, указанные в табл. 7, являются средними из значений, соот-

Формулы для расчета часовых зубчатых передач

№ п/п.	Определяемый элемент	Формула	Примечания
1	Межцентровое расстояние	$A = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$	
2	Диаметр делительной окружности	$D = m \cdot z$	
3	Окружной шаг	$t = \pi \cdot m$	
4	Хордальный шаг	$t_x = D \cdot \sin \frac{180^\circ}{z}$	
5	Угловой шаг	$\tau = \frac{360^\circ}{z}$	
6	Радиус дуги головки зуба	$\rho = k_p \cdot m$	Для ведущих колес значения k_p и k_c приведены в табл. 6 Для трибов: при $z_2 \leq 10$ $k_p = 0,7$; при $z_2 > 10$ $k_p = 0,83$, $k_c = 0$
7	Смещение окружности центров дуг	$\Delta R_c = k_c \cdot m$	
8	Диаметр окружности центров дуг	$D_c = D - 2\Delta R_c$	
9	Радиус окружности центров дуг	$R_c = R - \Delta R_c$	
10	Диаметр окружности выступов	$D_e = 2(R_c \cdot \cos \beta + \sqrt{\rho^2 - R_c^2 \cdot \sin^2 \beta})$ где $\beta = \arccos \frac{\sqrt{R_e^2 + R_c^2 - \rho^2}}{2R_e \cdot R_c}$	
11	Радиус окружности выступов	$R_e = R_c \cdot \cos \beta + \sqrt{\rho^2 - R_c^2 \cdot \sin^2 \beta}$	
12	Диаметр окружности впадин	$D_i = D - 2h''$	
13	Радиус окружности впадин	$R_i = R - h''$	
14	Высота зуба	$h = h' + h''$	

№ п/п.	Определяемый элемент	Формула	Примечания
15	Высота головки зуба	$h' = R_e - R;$ $h' = k_{h'} \cdot m$	Значения $k_{h'}$ для ведущих колес приведены в табл. 7
16	Высота ножки зуба	$h'' = 1,57m$	Для ведущих колес
		$h'' = \frac{1}{2} (D - D_i)$	Для ведомых трибов; значения D и D_i следует брать из табл. 9
17	Толщина зуба по делительной окружности	$s = k_s \cdot t$	k_s — коэффициент, определяющий толщину зуба. Для ведущих колес $k_s = 0,5$. Для ведомых трибов: при $z_2 < 10$ $k_s = \frac{1}{3}$; при $z_2 > 10$ $k_s = \frac{2}{5}$
18	Хордальная толщина зуба по делительной окружности	$s_x = D \cdot \sin \left(\frac{k_s}{2} \tau \right)$	
19	Толщина зуба по общей нормали	$s_n = 2 (\rho - R_c \cdot \sin \beta)$	Угол β определяется по формуле, приведенной в п. 10 таблицы
20	Угловая ширина зуба	$2\gamma = 2 \left(\arcsin \frac{\rho}{R_c} - \beta \right)$	
21	Ширина впадины по делительной окружности	$s' = (1 - k_s) \cdot t$	
22	Угловая ширина впадины	$2\gamma' = \tau - 2\gamma$	
23	Радиус дуги впадин	$\rho' = R_i \cdot q,$ где $q = \frac{\sin \gamma'}{1 - \sin \gamma'}$	
24	Боковой зазор	$c_n \approx t - (s_1 + s_2)$	
25	Радиальный зазор	$c_2 = A - (R_{e1} + R_{i2})$	Измеряемый по впадине триба
		$c_1 = A - (R_{e2} + R_{i1})$	Измеряемый по впадине колеса

Значения модулей в мм

0,0500	0,0775	0,105	0,160	0,220	0,330	0,450	0,720
0,0525	0,0800	0,110	0,165	0,230	0,340	0,480	0,750
0,0550	<u>0,0825</u>	0,115	0,170	0,240	0,350	<u>0,500</u>	0,780
0,0575	0,0850	0,120	0,175	0,250	0,360	<u>0,520</u>	0,800
0,0600	0,0875	<u>0,125</u>	0,180	<u>0,260</u>	0,370	0,550	<u>0,850</u>
0,0625	0,0900	0,130	0,185	0,270	0,380	0,580	0,900
0,0650	0,0925	0,135	0,190	0,280	0,390	<u>0,600</u>	0,950
0,0675	0,0950	0,140	0,195	0,290	<u>0,400</u>	<u>0,620</u>	<u>1,000</u>
0,0700	0,0975	0,145	<u>0,200</u>	0,300	<u>0,420</u>	0,650	
0,0725	<u>0,1000</u>	<u>0,150</u>	<u>0,210</u>	<u>0,310</u>	0,440	0,680	
0,0750		<u>0,155</u>		<u>0,320</u>		0,700	

Примечание. Предпочтительные модули подчеркнуты.

ветствующих крайним числам зубьев в интервалах. Разность этих значений при $m = 1$ мм составляет 2—3 мк. Так как применяемые в часах модули обычно меньше единицы, можно считать точность приведенных значений k_h достаточной для расчета габаритных размеров часовых колес, а следовательно, и всего часового механизма.

Значения q , приведенные в табл. 8, соответствуют наименьшему числу зубьев в рассматриваемом интервале. Поэтому в нижней строчке таблицы приведены значения величины Δq , на которую увеличивается коэффициент q при увеличении числа зубьев на единицу. Данные этих таблиц позволяют быстро рассчитать наружный диаметр D_e колеса и радиус ρ' дуги впадины.

В табл. 9 приведены размеры ведомых трибов при $m = 1$ мм. Значения коэффициентов k_c и k_p для передач, в которых триб является ведущим, а также для передач, в которых сцепляются два колеса, приведены в табл. 10 для $m = 1$ мм. Такими передачами являются стрелочный механизм, механизм завода пружины и др. В табл. 11 и 12, являющихся вспомогательными, приведены значения k_h , q и угла β для колес и трибов этих передач. Значения коэффициента k_h высоты головки зуба даны для наименьшего числа зубьев интервала. Для остальных чисел зубьев интервала значения k_h определяются путем линейной интерполяции с использованием приведенных в той же таблице чисел, показывающих увеличение k_h при увеличении числа зубьев на 1.

Ниже приводятся примеры расчета зубчатых передач на основе рассмотренных материалов нормали.

Пример. Рассчитать зубчатую пару основного передаточного механизма часов, если $z_1 = 64$, $z_2 = 8$ и $m = 0,11$ мм. Используя формулы табл. 4, получим. Для модуля $m = 1$ мм:

$$D_1 = mz_1 = 64 \text{ мм};$$

Значения коэффициентов k_c и k_p для ведущих колес

Число зубьев трана	Обозначение коэффициен- тов	Значения коэффициентов при числе зубьев ведущих колес													
		30—35	36—40	41—45	46—50	51—55	56—60	61—65	66—70	71—75	76—80	81—85	86—90	91—95	96—100
6	k_c	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	—	—	—	—	—
	k_p	1,80	1,82	1,84	1,86	1,88	1,90	1,92	1,94	1,96	—	—	—	—	—
7	k_c	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	—	—	—
	k_p	1,89	1,91	1,93	1,95	1,97	1,99	2,01	2,03	2,05	2,07	2,09	—	—	—
8	k_c	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	—
	k_p	1,98	2,00	2,02	2,04	2,06	2,08	2,10	2,12	2,14	2,16	2,18	2,20	2,22	—
9	k_c	—	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23
	k_p	—	2,09	2,11	2,13	2,15	2,17	2,19	2,21	2,23	2,25	2,27	2,29	2,31	2,33
10	k_c	—	—	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21
	k_p	—	—	2,20	2,22	2,24	2,26	2,28	2,30	2,32	2,34	2,36	2,38	2,40	2,42
11	k_c	—	—	—	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19
	k_p	—	—	—	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39	2,41	2,43	2,45	2,47	2,49	2,51
12	k_c	—	—	—	—	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
	k_p	—	—	—	—	2,42	2,44	2,46	2,48	2,50	2,52	2,54	2,56	2,58	2,60
14	k_c	—	—	—	—	—	—	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13
	k_p	—	—	—	—	—	—	2,64	2,66	2,68	2,70	2,72	2,74	2,76	2,78
15	k_c	—	—	—	—	—	—	—	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11
	k_p	—	—	—	—	—	—	—	2,75	2,77	2,79	2,81	2,83	2,85	2,87
16	k_c	—	—	—	—	—	—	—	—	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	k_p	—	—	—	—	—	—	—	—	2,86	2,88	2,90	2,92	2,94	2,96
18	k_c	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,02	0,03	0,04	0,05
	k_p	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,08	3,10	3,12	3,14
20	k_c	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,01	0,01
	k_p	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,17	3,17

$$D_{e1} = D_1 + 2h' = D_1 + 2k_h \cdot m = 64 + 2 \cdot 1,438 = 66,876 \text{ мм};$$

$$D_{c1} = D_1 - 2\Delta r_c = D_1 - 2k_c m = 64 - 2 \cdot 0,18 = 63,640 \text{ мм};$$

$$D_{i1} = D_1 - 2h'' = D_1 - 3,14 m = 64 - 3,14 = 60,860 \text{ мм};$$

$$\rho_1 = k_p \cdot m = 2,10 \text{ мм};$$

$$s_1 = k_s \cdot \pi m = 1,57 \text{ мм}.$$

Значения коэффициента k_h , высоты головки зуба для ведущих колес

Таблица 7

Число зубьев триба	Значения коэффициентов при числе зубьев ведущих колес													
	30—35	36—40	41—45	46—50	51—55	56—60	61—65	66—70	71—75	76—80	81—85	86—90	91—95	96—100
6	1,300	1,305	1,309	1,312	1,315	1,317	1,319	1,320	1,322	—	—	—	—	—
7	1,361	1,366	1,369	1,372	1,375	1,377	1,379	1,381	1,382	—	—	—	—	—
8	1,419	1,424	1,428	1,431	1,434	1,436	1,438	1,439	1,440	1,384	1,385	—	—	—
9	—	1,481	1,485	1,489	1,491	1,493	1,495	1,497	1,498	1,441	1,442	1,444	1,444	—
10	—	—	1,542	1,545	1,548	1,550	1,552	1,553	1,554	1,499	1,500	1,501	1,501	1,502
11	—	—	—	1,600	1,603	1,605	1,607	1,608	1,609	1,555	1,556	1,557	1,557	1,558
12	—	—	—	—	1,656	1,659	1,661	1,662	1,663	1,610	1,611	1,612	1,612	1,612
14	—	—	—	—	—	—	1,766	1,768	1,769	1,664	1,665	1,665	1,666	1,666
15	—	—	—	—	—	—	—	1,819	1,820	1,770	1,771	1,771	1,771	1,771
16	—	—	—	—	—	—	—	—	1,870	1,821	1,821	1,822	1,822	1,822
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,872	1,873	1,873	1,874	1,874
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,972	1,972	1,973	1,973
													2,018	2,020

Значения коэффициента a для ведущих колес

Таблица 8

Число зубьев триба	Значения коэффициентов при числе зубьев ведущих колес													
	30—35	36—40	41—45	46—50	51—55	56—60	61—65	66—70	71—75	76—80	81—85	86—90	91—95	96—100
6	0,0537	0,0445	0,0389	0,0345	0,0311	0,0281	0,0257	0,0237	0,0220	—	—	—	—	—
7	0,0539	0,0446	0,0390	0,0346	0,0311	0,0282	0,0258	0,0238	0,0221	0,0205	0,0192	—	—	—
8	0,0540	0,0447	0,0391	0,0347	0,0312	0,0283	0,0259	0,0239	0,0221	0,0206	0,0193	0,0181	0,0171	—
9	—	0,0448	0,0392	0,0348	0,0313	0,0284	0,0260	0,0240	0,0222	0,0207	0,0194	0,0182	0,0171	0,0162
10	—	—	0,0393	0,0348	0,0313	0,0285	0,0260	0,0240	0,0223	0,0207	0,0194	0,0183	0,0172	0,0163
11	—	—	—	0,0348	0,0314	0,0285	0,0261	0,0241	0,0223	0,0208	0,0195	0,0183	0,0172	0,0164
12	—	—	—	—	0,0314	0,0285	0,0261	0,0241	0,0224	0,0208	0,0195	0,0184	0,0173	0,0164
14	—	—	—	—	—	—	0,0262	0,0242	0,0224	0,0209	0,0196	0,0184	0,0174	0,0165
15	—	—	—	—	—	—	—	0,0242	0,0225	0,0210	0,0197	0,0185	0,0174	0,0165
16	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0225	0,0210	0,0197	0,0185	0,0175	0,0165
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0197	0,0185	0,0175	0,0165	0,0165
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0197	0,0185	0,0175	0,0165
Δa	0,001580	0,001150	0,00090	0,00070	0,000575	0,000475	0,00040	0,00035	0,00030	0,00025	0,000225	0,00020	0,000175	0,000175

Размеры ведомых трибов для модуля $m = 1$ мм

Наименование размера	Размеры ведомых трибов при числе зубьев триба					
	6	7	8	9	10	11
Диаметр окружности выступов D_e	7,343	8,345	9,346	10,347	11,348	12,602
Диаметр делительной окружности D	6	7	8	9	10	11
Диаметр окружности впадин D_i	2,560	3,360	4,200	5,080	5,960	6,840
Радиус дуги головки зуба ρ	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,83
Радиус дуги впадины ρ'	0,661	0,699	0,731	0,761	0,781	0,701
Толщина зуба по делительной окружности s	1,047	1,047	1,047	1,047	1,047	1,257
Угол β	3° 23' 58"	2° 54' 25"	2° 32' 22"	2° 15' 21"	2° 01' 40"	2° 06' 33"

Продолжение табл. 9

Наименование размера	Размеры ведомых трибов при числе зубьев триба					
	12	14	15	16	18	20
Диаметр окружности выступов D_e	13,604	15,604	16,604	17,605	19,605	21,606
Диаметр делительной окружности D	12	14	15	16	18	20
Диаметр окружности впадин D_i	7,720	9,520	10,440	11,360	13,270	15,180
Радиус дуги головки зуба ρ	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
Радиус дуги впадины ρ'	0,712	0,737	0,747	0,755	0,774	0,788
Толщина зуба по делительной окружности s	1,257	1,257	1,257	1,257	1,257	1,257
Угол β	1° 55' 55"	1° 39' 18"	1° 32' 40"	1° 26' 00"	1° 17' 08"	1° 09' 22"

Таблиц

Значения коэффициентов k_c и k_p для передач с ведущим трибом

Число зубьев	k_c	k_p	Число зубьев	k_c	k_p
8	0,14	1,85	От 17 до 20	0,20	1,98
9	0,15	1,87	От 21 до 25	0,21	2,01
10 и 11	0,16	1,90	От 26 до 34	0,22	2,03
12 и 13	0,17	1,92	От 35 до 54	0,24	2,06
От 14 до 16	0,18	1,95	От 55 до 134	0,25	2,09
			135 и более	0,26	2,11

Таблица 11

Значения коэффициентов высоты головки зуба $k_{h'}$ в передаче с ведущим трибом

Число зубьев	$k_{h'}$	Увеличение $k_{h'}$ при увеличении z на 1	Число зубьев	$k_{h'}$	Увеличение $k_{h'}$ при увеличении z на 1
8	1,155	—	От 17 до 20	1,235	0,0046
9	1,170	—	От 21 до 25	1,254	0,0033
10	1,185	—	От 26 до 34	1,267	0,0019
11	1,198	—	От 35 до 54	1,283	0,0006
12	1,206	—	От 55 до 135	1,298	0,0002
13	1,215	—	135 и более	1,317	0,0001
От 14 до 16	1,224	0,0068			

Примечание. Для $z > 14$ значения $k_{h'}$ указаны для наименьшего числа зубьев в интервале.

Для модуля $m = 0,11$ мм:

$$D_1 = 64 \cdot 0,11 = 7,040 \text{ мм};$$

$$D_{e_1} = 66,876 \cdot 0,11 = 7,356 \text{ мм};$$

$$D_{c_1} = 63,640 \cdot 0,11 = 7,000 \text{ мм};$$

$$D_i = 60,860 \cdot 0,11 = 6,695 \text{ мм};$$

$$r_1 = 2,10 \cdot 0,11 = 0,231 \text{ мм};$$

$$s_1 = 1,57 \cdot 0,11 = 0,173 \text{ мм}.$$

Вычисляем радиус дуги впадины. Для $z_1 = 61$ и $z_2 = 8$ из табл. 8 находим, что $q_{61} = 0,0259$. Величина изменения q при изменении числа зубьев на единицу равна $\Delta q = 0,0004$. Путем линейной интерполяции находим значение q для $z_1 = 64$ и $z_2 = 8$.

$$q_{64} = q_{61} - \Delta q (64 - 61) = 0,0259 - 0,0004 \cdot 3 = 0,0247.$$

Радиус дуги впадины для $m = 1$ мм будет:

$$r_1 = \frac{D_{i1}}{2} q = \frac{60,86}{2} \cdot 0,0247 = 0,752 \text{ мм}.$$

Значения коэффициента q и угла β для колес и трибов
зубчатой передачи, в которой триб может быть ведущим

Число зубьев	β	q	Число зубьев	β	q	Уменьшение q при увеличении числа зубьев триба на 1
8	17° 01' 36"	0,2329	38	4° 04' 50"	0,0459	—
9	15° 19' 15"	0,2066	39	3° 58' 29"	0,0446	—
10	14° 05' 21"	0,1846	40	3° 52' 28"	0,0435	—
11	12° 45' 20"	0,1682	41	3° 46' 44"	0,0424	—
12	11° 51' 31"	0,1531	42	3° 41' 18"	0,0414	—
13	10° 54' 57"	0,1411	43	3° 35' 52"	0,0404	—
14	10° 22' 08"	0,1301	44	3° 31' 08"	0,0395	—
15	9° 39' 28"	0,1213	45	3° 26' 23"	0,0385	—
16	9° 02' 18"	0,1135	46	3° 21' 51"	0,0378	—
17	8° 42' 13"	0,1058	47	3° 17' 32"	0,0369	—
18	8° 12' 30"	0,0998	48	3° 13' 23"	0,0362	—
19	7° 51' 45"	0,0990	49	3° 09' 24"	0,0354	—
20	7° 22' 12"	0,0895	50	3° 05' 44"	0,0347	—
21	7° 10' 43"	0,0848	55	2° 37' 18"	0,0314	0,00065
22	6° 50' 46"	0,0809	60	2° 37' 50"	0,0288	0,00063
23	6° 32' 36"	0,0778	65	2° 25' 37"	0,0265	0,00045
24	6° 15' 36"	0,0731	70	2° 15' 07"	0,0246	0,00038
25	6° 00' 39"	0,0709	75	2° 06' 05"	0,0229	0,00034
26	5° 51' 51"	0,0679	80	1° 58' 10"	0,0215	0,00028
27	5° 38' 37"	0,0654	85	1° 51' 09"	0,0202	0,00026
28	5° 24' 41"	0,0625	90	1° 45' 00"	0,0191	0,00022
29	5° 14' 56"	0,0607	95	1° 39' 26"	0,0181	0,00020
30	5° 04' 17"	0,0587	100	1° 34' 24"	0,0171	0,00016
31	4° 54' 22"	0,0567	105	1° 29' 58"	0,0163	0,00016
32	4° 45' 02"	0,0550	110	1° 25' 39"	0,0155	0,00016
33	4° 37' 36"	0,0536	115	1° 22' 04"	0,0149	0,00012
34	4° 28' 04"	0,0516	120	1° 18' 40"	0,0143	0,00012
35	4° 26' 04"	0,0499	125	1° 15' 27"	0,0137	0,00012
36	4° 16' 36"	0,0484	130	1° 13' 42"	0,0131	0,00012
37	4° 11' 32"	0,0471	135	1° 10' 50"	0,0126	0,00010

Для модуля $m = 0,11$ мм:

$$\rho'_1 = 0,752 \cdot 0,11 = 0,083 \text{ мм.}$$

Пример. Рассчитать зубчатую пару стрелочного механизма часов, если $z_1 = 32$, $z_2 = 8$ и $m = 0,12$ мм.

По данным табл. 10 с использованием формул табл. 4 для $m = 1$ мм найдем:

$$D_1 = mz_1 = 32 \text{ мм;}$$

$$D_{c_1} = D_1 - 2\Delta r_c = D_1 - 2k_c m = 32 - 2 \cdot 0,22 = 31,560 \text{ мм;}$$

$$D_{i1} = D_1 - 2h'' = D_1 - 2 \cdot 1,75m = 32 - 3,50 = 28,500 \text{ мм;}$$

$$\rho_1 = k_p m = 2,03 \text{ мм;}$$

$$s_1 = k_s \pi m = 1,414 \text{ мм.}$$

Для модуля $m = 0,12$ мм имеем:

$$\begin{aligned}D_1 &= 32 \cdot 0,12 = 3,84 \text{ мм}; \\D_{e1} &= 31,560 \cdot 0,12 = 3,787 \text{ мм}; \\D_{i1} &= 28,500 \cdot 0,12 = 3,420 \text{ мм}; \\p_1 &= 2,03 \cdot 0,12 = 0,244 \text{ мм}; \\s_1 &= 1,414 \cdot 0,12 = 0,170 \text{ мм}.\end{aligned}$$

Определяем наружный диаметр, используя для этого табл. 11.
Для $z = 32$:

$$k_{h'} = 1,267 + 0,0019(32 - 26) = 1,278 \text{ мм}.$$

Наружный диаметр колеса при модуле $m = 1$ мм будет:

$$D_{e1} = D_1 + 2h' = D_1 + 2k_{h'}m = 32 + 2 \cdot 1,278 = 34,556 \text{ мм}.$$

При модуле $m = 0,12$ мм наружный диаметр

$$D_{e1} = 34,556 \cdot 0,12 = 4,147 \text{ мм}.$$

По данным табл. 12 определяем величину радиуса дуги впадины.
Для модуля $m = 1$ мм:

$$p'_1 = \frac{D_{i1}}{2} \cdot q = 14,250 \cdot 0,055 = 0,784 \text{ мм}.$$

Для модуля $m = 0,12$:

$$p''_1 = 0,784 \cdot 0,12 = 0,094 \text{ мм}.$$

Определяем размеры гриба.

Для модуля $m = 1$ мм:

$$D_2 = mz_2 = 8;$$

$$D_{e2} = D_2 + 2h' = D_2 + 2k_{h'}m = 8 + 2,31 = 10,31 \text{ мм};$$

$$D_{c2} = D_2 - 2\Delta r_c = D_2 - 2k_c m = 8 - 0,28 = 7,72 \text{ мм};$$

$$D_{i2} = D_2 - 2h'' = D_2 - 3,5m = 8 - 3,5 = 4,5 \text{ мм};$$

$$p_2 = k_p m = 1,85 \text{ мм}.$$

$$s_2 = k_s \pi m = 1,414 \text{ мм};$$

$$p'_2 = \frac{D_{i2}}{2} \cdot q = \frac{4,5}{2} \cdot 0,2329 = 0,524 \text{ мм}.$$

Для модуля $m = 0,12$ мм:

$$D_2 = 8 \cdot 0,12 = 0,960 \text{ мм};$$

$$D_{e2} = 10,31 \cdot 0,12 = 1,237 \text{ мм};$$

$$D_{c2} = 7,72 \cdot 0,12 = 0,926 \text{ мм};$$

$$D_{i2} = 4,5 \cdot 0,12 = 0,540 \text{ мм};$$

$$p_2 = 1,35 \cdot 0,12 = 0,222 \text{ мм};$$

$$s_2 = 1,414 \cdot 0,12 = 0,170 \text{ мм};$$

$$p'_2 = 0,524 \cdot 0,12 = 0,062 \text{ мм}.$$

РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ ЗУБА ПО ОБЩЕЙ НОРМАЛИ

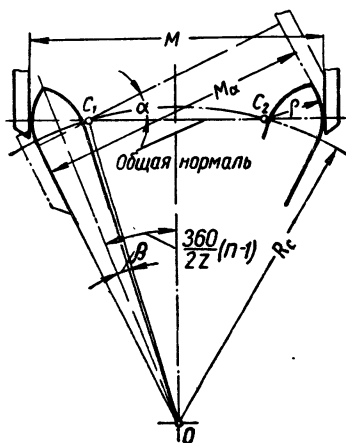
Толщиной зуба по общей нормали следует назвать расстояние между параллельными плоскостями измерительных губок инструмента, касательных к разноименным профилям двух зубьев (фиг. 25).

В соответствии с фигурой можно написать

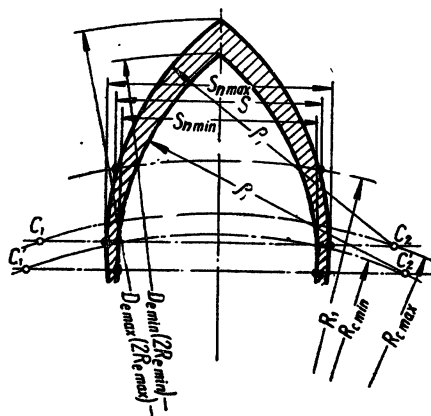
$$M = 2R_c \sin \left[\frac{360^\circ}{2z_1} (n-1) - \beta \right] + 2\rho_1, \quad (3)$$

где n — число зубьев, охватываемых измерительными плоскостями губок;

β — угол между осью симметрии зуба и прямой OC_1 .



Фиг. 25. Общая нормаль к профилям зубьев.



Фиг. 26. Толщина зуба часового зубчатого колеса по общей нормали.

Величина M не остается постоянной при повороте измерительных плоскостей относительно оси симметрии проверяемых зубьев и приводит к появлению методических ошибок измерения. Так, например, при измерении по прямой, повернутой на угол α относительно направления C_1C_2 , это расстояние будет равно

$$M_\alpha = 2R_c \sin \left[\frac{360^\circ}{2z_1} (n-1) - \beta \right] \cos \alpha + 2\rho_1. \quad (4)$$

Разность между расстояниями M_α и M дает методическую погрешность измерения

$$\Delta M_\alpha = M_\alpha - M = -2R_c \sin \left[\frac{360^\circ}{2z_1} (n-1) - \beta \right] (1 - \cos \alpha). \quad (5)$$

Эта формула дает возможность подсчитать величину погрешности при возможных отклонениях в установке измерительных плоскостей.

Выведенные уравнения являются общими.

Уравнение (3) при $n = 1$ дает величину толщины s_n (фиг. 26)

одного зуба, измеряемую по общей нормали к его профилям. Эта величина отличается от толщины зуба по делительной окружности, но весьма легко может быть проконтролирована, в то время как для измерения толщины зуба по делительной окружности требуется «поймать» те точки профилей зуба, которые лежат на делительной окружности, что практически весьма трудно, особенно для колес с малым модулем.

В соответствии с уравнением (3) можно написать

$$s_n = M_{n-1} = 2\rho_1 - 2R_c \sin \beta. \quad (6)$$

Таблица 13

Толщины зубьев по делительной окружности и по общей нормали

Наименование колеса	Толщина зуба в мм		Наименование колеса	Толщина зуба в мм	
	по делительной окружности (s)	по общей нормали (s_n)		по делительной окружности (s)	по общей нормали (s_n)
Барaban	0,256	0,258	Переводное большое	0,185	0,196
Центральное	0,161	0,170	Барabanное	0,276	0,280
Минутное	0,185	0,192	Заводное	0,272	0,280
Промежуточное, секундное	0,155	0,162	Переводное малое	0,187	0,194
			Часовое	0,187	0,206

В табл. 13 приведены толщины зубьев по делительной окружности и по общей нормали для ряда колес наручных часов калибра 26 мм.

Методическая погрешность измерения толщины одного зуба будет

$$\Delta s_{n\alpha} = 2R_c \sin \beta (1 - \cos \alpha). \quad (7)$$

Возможность контроля толщины зуба по этому методу зависит от величины методической погрешности, которая определяется величиной угла α .

Максимальное значение угла α будет в том случае, когда одна из измерительных плоскостей совпадает с прямым участком ножки зуба. Величина этого угла может оказаться настолько малой, что можно будет пренебречь методической погрешностью, получающейся от установки, и при измерении толщины зуба не заботиться о точном совпадении линии измерения с направлением C_1C_2 .

В табл. 14 приведены значения максимально-возможной методической погрешности для ряда колес наручных часов калибра 26 мм, подсчитанные по формуле (7). Как видно из этой таблицы, величина максимальной методической погрешности для большинства колес не превышает 1 мк.

Максимальные методические погрешности при измерении
толщины зуба колеса в *ММ*

Наименование колеса	Δs_{\max}	Наименование колеса	Δs_{\max}
Барабан	-0,0006	Переводное большое . .	+0,0011
Центральное	+0,0003	Барабанное	+0,0038
Минутное	+0,0004	Заводное	+0,0005
Промежуточное, секунд- ное	+0,0002	Переводное малое	+0,0021
		Часовое	+0,0015

ВЫВОДЫ

1. В зубчатых передачах часовых механизмов обоснованно применяется прямобочное циклоидальное зацепление, в котором эпициклоидальный участок зуба заменен дугой окружности и уменьшена высота головки зуба.

2. Профиль зуба часового колеса должен быть плавным без так называемых переходных точек на делительной окружности.

3. Основными размерами зубчатого колеса, влияющими на кинематику передачи, являются радиус R_c окружности с расположенными на ней центрами дуг головок зубьев и радиусы этих дуг ρ . Эти размеры введены в отечественную нормаль на часовые зубчатые передачи. Они же входят во все уравнения и формулы, по которым рассчитываются характеристики передачи (гл. II) и допуски (гл. IV).

4. При контроле толщину зуба следует определять по общей нормали. В этом случае отпадает необходимость базировать измерительный инструмент по высоте зуба. Толщина зуба по общей нормали может быть рассчитана по приведенным в этой главе формулам.

ГЛАВА II

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

В имеющейся литературе по часовым зубчатым передачам не приводятся методы исследования реальных часовых зубчатых зацеплений. Попытки некоторых авторов исследовать часовые зацепления относились главным образом к теоретическим зубчатым передачам и не касались реальных передач. Однако и в области исследования теоретического зацепления не приводится практически приемлемых методов определения основных характеристик передачи, таких как линия зацепления, углы входа зубьев в зацепление, углы выхода и др. Известные методы построения линии зацепления для часовых зубчатых передач являются весьма неточными, так как они сводятся к построению последовательных положений зубьев колес с определением точек касания профилей, что не обеспечивает необходимой точности, особенно при относительно небольших масштабах увеличения.

Целью настоящего исследования является определение основных характеристик часовой зубчатой передачи. К этим характеристикам относятся:

1. Линия зацепления.
2. Угол входа зубьев в зацепление и угол выхода из зацепления.
3. Угловые интервалы работы отдельных участков профиля зуба колеса с соответствующими участками зуба триба.
4. Передаточное отношение угловых скоростей в период зацепления зубьев.
5. Передаточное отношение моментов вращения в период зацепления зубьев. Этим передаточным отношением определяется величина момента вращения на трибе с учетом потерь на трение скольжения профилей.

Если для зацепления зубьев с эвольвентными профилями может быть применен аналитический метод исследования, то для часовых зубчатых зацеплений аналитическое исследование является весьма сложным, приводящим к громоздким формулам. Несмотря на это, некоторые уравнения, полученные в ходе аналитического исследования, использованы для расчета допусков (см. гл. IV). В отличие от аналитического, графоаналитический метод иссле-

дования в ряде случаев оказывается более простым. При помощи графоаналитического метода можно в течение небольшого времени достаточно наглядно и точно определить все основные характеристики зубчатой передачи. Этим методом можно исследовать не только теоретические зубчатые зацепления, но и реальные, имеющие погрешности в размерах.

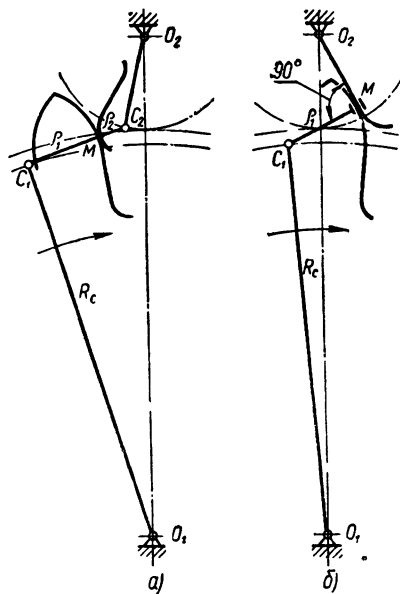
В настоящей главе приводятся оба метода исследования часовых зубчатых передач.

Для аналитического и особенно для графоаналитического исследования удобно заменить механизм с высшей кинематической парой—зубчатую передачу—плоскими механизмами с низшими кинематическими парами (фиг. 27). Каждый из этих механизмов выражает определенный характер относительного перемещения зуба колеса по зубу триба на соответствующем угловом интервале. Посредством заменяющих механизмов более просто можно определить кинематические соотношения, существующие при передаче движения с колеса на триб и наоборот. Здесь уместно еще раз подчеркнуть правильность выбора в отечественной нормале в качестве основных параметров—размеров R_c и ρ . Из фигуры видно, что именно эти размеры характеризуют величины звеньев заменяющих плоских механизмов и в связи с этим полностью определяют кинематику зубчатой передачи.

В начальный период зацепления зубьев, при номинальных размерах передачи, головка зуба колеса будет соприкасаться с головкой зуба триба (фиг. 27, а).

В этом случае расстояние между центрами C_1 и C_2 соприкасающихся дуг окружностей, ограничивающих головки зубьев колеса и триба, сохраняется постоянным. Заменяющим для этого периода зацепления будет плоский четырехзвенный шарнирный механизм $O_1C_1C_2O_2$.

При уменьшенном межцентровом расстоянии в начальный период зацепления возможно кратковременное касание прямолинейного участка ножки зуба колеса с головкой зуба триба. Во второй, конечный период зацепления, головка зуба колеса будет ка-

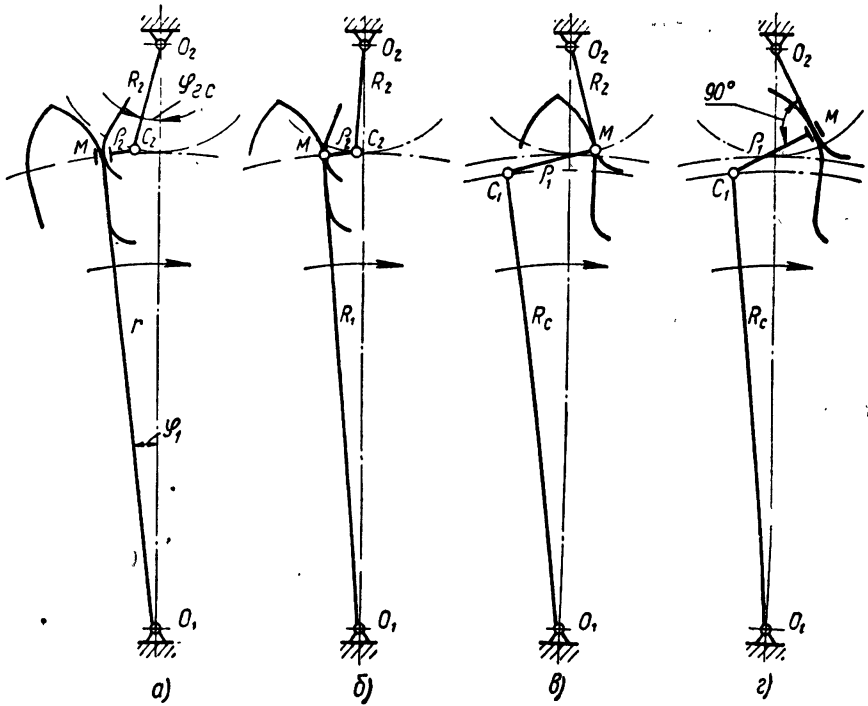


Фиг. 27. Заменяющие механизмы для зацепления триба с колесом, имеющим технологичную форму зубьев (см. фиг. 21, б):

а — четырехзвенный шарнирный механизм; б — кулисный механизм.

саться прямолинейного участка ножки зуба триба (фиг. 27, б). Заменяющим для данного периода зацепления будет кулисный механизм $O_1C_1MO_2O_1$.

В рассматриваемых случаях (фиг. 27 и 28) линия зацепления может быть представлена траекторией движения точек M , расположенных на звеньях или шарнирах заменяющих механизмов.



Фиг. 28. Заменяющие механизмы для зацепления триба с колесом, имеющим нетехнологичную форму зубьев (см. фиг. 21, а):

а, б — кулисные механизмы; в, г — четырехзвенные шарнирные механизмы.

Аналогичными механизмами можно представить работу различных по форме зубьев колеса и триба. Так, например, цевочное зацепление (см. фиг. 22) может быть полностью охарактеризовано одним четырехзвенным механизмом $O_1C_1C_2O_2O_1$ (фиг. 27, а). И, наоборот, в случае зубьев с «переходными» точками, без плавного перехода головки в ножку (см. фиг. 21, а) потребуется четыре заменяющих механизма (фиг. 28).

В этом случае зацепление начинается с касания ножкой зуба колеса головки зуба триба (фиг. 28, а), затем следует период чистого скольжения переходной точки на профиле зуба колеса по головке зуба триба (фиг. 28, б). Это скольжение продолжается до линии центров. За линией центров начинается скольжение го-

ловки зуба колеса относительно переходной точки на зубе триба (фиг. 28, в). Зацепление заканчивается при касании головкой зуба колеса ножки зуба триба (фиг. 28, з).

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Зубья колеса и триба в момент начала зацепления могут касаться либо своими дугowymi участками, т. е. головками, как это показано на фиг. 27, а, либо головка зуба триба касается прямого участка зуба колеса, т. е. его ножки (фиг. 28, а).

Чтобы определить, какой заменяющий механизм соответствует начальному периоду зацепления зубьев, необходимо найти уравнение линии зацепления для случая касания ножки зуба колеса с головкой зуба триба и вычислить наименьшее расстояние от этой линии зацепления до центра колеса. Если это наименьшее расстояние будет больше радиуса, определяющего конец прямого участка ножки зуба колеса, то начальный период зацепления будет характеризоваться касанием головок зубьев колеса и триба — заменяющий механизм показан на фиг. 27, а. Если же оно окажется меньше этого расстояния, то зацепление начнется касанием головки зуба триба с прямолинейным участком зуба колеса — заменяющий механизм показан на фиг. 28, а.

Уравнение линии зацепления в полярных координатах $r=f(\varphi_1)$ относительно центра колеса для случая касания ножки зуба колеса с головкой зуба триба можно получить проектированием ломаной линии $O_1MC_2O_2O_1$ (фиг. 28, а) на направление линии центров и на направление, перпендикулярное этой линии. В результате проектирования получим уравнения:

$$r \cdot \cos \varphi_1 + \rho_2 \sin \varphi_1 + R_2 \cos \varphi_{2c} = A, \quad (8)$$

$$r \cdot \sin \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_1 - R_2 \sin \varphi_{2c} = 0. \quad (9)$$

Исключая из этих уравнений угол φ_{2c} , получим уравнение линии зацепления

$$r^2 - 2Ar \cos \varphi_1 + A^2 - 2A\rho_2 \sin \varphi_1 + \rho_2^2 - R_2^2 = 0. \quad (10)$$

Для определения наименьшего расстояния от линии зацепления до центра колеса продифференцируем это уравнение по φ_1 , тогда

$$2r \frac{dr}{d\varphi_1} - 2A \cos \varphi_1 \frac{dr}{d\varphi_1} + 2A \cdot r \cdot \sin \varphi_1 - 2A\rho_2 \cos \varphi_1 = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) при $\frac{dr}{d\varphi_1} = 0$ получаем

$$r \cdot \sin \varphi_1 - \rho_2 \cos \varphi_1 = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\rho_2}{r}. \quad (12)$$

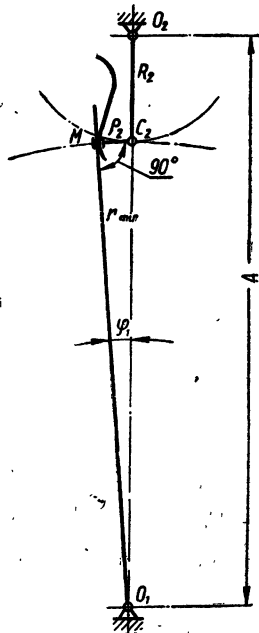
Из уравнения (12) следует, что наибольшее приближение линии зацепления к центру колеса будет при расположении центра дуги головки зуба триба на линии центров (фиг. 29). В этом случае угол φ_1 и наименьшее расстояние до линии зацепления могут быть подсчитаны по формулам (13) и (14):

$$\sin \varphi_1 = \frac{\rho_2}{R_1}, \quad (13)$$

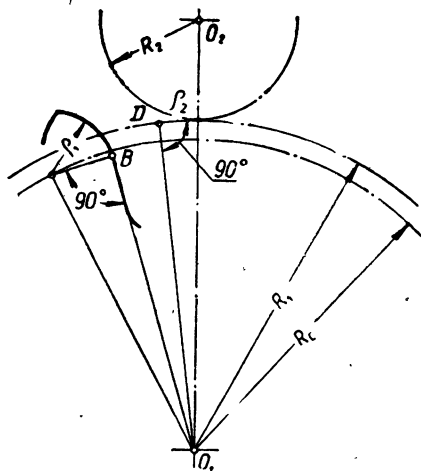
$$r_{\min} = \sqrt{R_1^2 - \rho_2^2}. \quad (14)$$

Для зацепления, показанного на фиг. 28, в котором наибольшая длина прямолинейного участка ножки зуба колеса ограничивается величиной радиуса делительной окружности R_1 , будет выполняться упомянутое выше условие $R_1 > r_{\min}$ и, следовательно, в этом случае зацепление зубьев будет начинаться с касания ножкой зуба колеса головки зуба триба.

Для зацепления, изображенного на



Фиг. 29. Положение зуба триба относительно линии центров, при котором расстояние O_1M — наименьшее.



Фиг. 30. Сопоставление размеров O_1B и O_1D для определения характера касания зубьев на начальном участке линии зацепления.

фиг. 27, касание прямого участка ножки зуба колеса головкой зуба триба может произойти при следующем условии (фиг. 30):

$$O_1B > r_{\min} = \sqrt{R_1^2 - \rho_2^2}.$$

Так как $O_1B = \sqrt{R_c^2 - \rho_1^2}$, то $\sqrt{R_c^2 - \rho_1^2} > \sqrt{R_1^2 - \rho_2^2}$;

отсюда следует, что

$$R_c^2 > R_1^2 + \rho_1^2 - \rho_2^2.$$

Обычно $\rho_1 > \rho_2$, поэтому R_c должно быть больше R_1 . В действительности в соответствии с принятой формой зуба колеса (см. фиг. 21, б) R_c всегда меньше или, в крайнем случае, равно R_1 . Поэтому всегда будет выполняться условие $O_1B < r_{\min}$, вследствие чего начальному периоду зацепления будет соответствовать касание головкой зуба колеса головкой зуба триба.

Анализ работы передачи на участке касания головки зуба колеса с головкой зуба триба. Четырехзвенный заменяющий механизм $O_1C_1C_2O_2O_1$ для рассматриваемого начального периода зацепления зубьев представлен на фиг. 31. Наиболее важной характеристикой передачи для любого периода зацепления зубьев является зависимость угла поворота триба от угла поворота колеса, так как часовые механизмы чаще всего работают на ускорение вращения, т. е. ведущими являются колеса. Эту зависимость в рассматриваемом случае можно найти из условия $C_1C_2 = \rho_1 + \rho_2$, заменив в нем отрезок C_1C_2 его выражением через углы φ_{1c} , φ_{2c} и размеры звеньев R_c , ρ_1 , ρ_2 , R_2 и A .

Проектируя ломаную линию $O_1C_1C_2O_2$ на линию центров и направление, перпендикулярное к последней, получим уравнения

$$R_c \cos \varphi_{1c} + C_1C_2 \sin \alpha + R_2 \cos \varphi_{2c} = A, \quad (15)$$

$$-R_c \sin \varphi_{1c} = C_1C_2 \cos \alpha - R_2 \sin \varphi_{2c}. \quad (16)$$

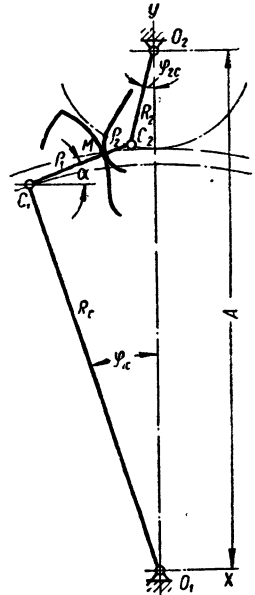
Исключая из уравнений (15) и (16) угол α и заменяя C_1C_2 суммой радиусов $\rho_1 + \rho_2$, получим уравнение, связывающее углы поворота колеса и триба на рассматриваемом участке зацепления, т. е.

$$2AR_2 \cos \varphi_{2c} + 2AR_c \cos \varphi_{1c} - 2R_2R_c \cos (\varphi_{1c} + \varphi_{2c}) - A^2 - R_2^2 - R_c^2 + (\rho_1 + \rho_2)^2 = 0. \quad (17)$$

Получить из уравнения (17) точную зависимость между углами φ_{1c} и φ_{2c} в явном виде весьма затруднительно.

Разделение переменных приводит к квадратному уравнению

$$\frac{E^4 - 2E^2B^2 \cos \varphi_{1c} + B^4}{\sin \varphi_{1c}} \sin^2 \varphi_{2c} + 2E^2(N^2 + D^2 \cos \varphi_{1c}) \sin \varphi_{2c} + \frac{(N^2 + D^2 \cos \varphi_{1c})^2}{\sin \varphi_{1c}} - \frac{(E^2 \cos \varphi_{1c} - B^2)^2}{\sin \varphi_{1c}} = 0. \quad (18)$$



Фиг. 31. Касание головок зубьев колеса и триба в начальный период зацепления.

В уравнении (18) приняты следующие обозначения:

$$(\rho_1 + \rho_2)^2 - (R_2^2 + R_c^2 + A^2) = N^2;$$

$$R_2^2 + R_c^2 + A^2 = M^2;$$

$$2AR_2 = B^2;$$

$$2AR_c = D^2;$$

$$2R_2R_c = E^2.$$

По уравнению (17) можно найти выражение для передаточного отношения угловых скоростей. Для этого, дифференцируя уравнение (17) и принимая в качестве независимой переменной угол φ_{1c} поворота колеса, получаем

$$\begin{aligned} & -2AR_2 \sin \varphi_{2c} \frac{d\varphi_{2c}}{d\varphi_{1c}} - 2AR_c \sin \varphi_{1c} + \\ & + 2R_2R_c \sin (\varphi_{1c} + \varphi_{2c}) \left(\frac{d\varphi_{2c}}{d\varphi_{1c}} + 1 \right) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Из уравнения (19), учитывая, что передаточное отношение i равно $\frac{d\varphi_{2c}}{d\varphi_{1c}}$, получаем

$$i = \frac{AR_c \sin \varphi_{1c} - R_2R_c \sin (\varphi_{1c} + \varphi_{2c})}{R_2R_c \sin (\varphi_{1c} + \varphi_{2c}) - AR_2 \sin \varphi_{2c}}. \quad (20)$$

Уравнение (20) определяет передаточное отношение угловых скоростей колеса и триба. Для силовых зубчатых передач необходимо знать характер изменения передаточного отношения моментов вращения на колесе и трибе с учетом трения скольжения профилей зубьев. Зная это передаточное отношение, можно судить, как будет изменяться момент вращения на трибе при заданном характере изменения момента вращения на колесе.

Для определения передаточного отношения моментов вращения рассмотрим фиг. 32. В точке M касания профилей зубьев, вследствие их относительного скольжения, помимо сил N , действующих по нормали к профилям, появятся силы трения μN , направленные по общей касательной. Рассматривая для упрощения движения колеса и триба установившимися (в расчет не принимаются изменения угловой скорости колеса и триба), можно написать уравнения

$$M_1 - N \cdot O_1A \pm \mu N \cdot AM = 0, \quad (21)$$

$$M_2 - N \cdot O_2B \pm \mu N \cdot BM = 0, \quad (22)$$

где μ — коэффициент трения.

Исключая из уравнений (21) и (22) силу N , получаем

$$M_2 = \frac{O_2B \mp \mu \cdot BM}{O_1A \mp \mu \cdot AM} M_1. \quad (23)$$

Уравнение (23) характеризует зависимость между моментом вращения на трибе и моментом вращения на колесе с учетом трения скольжения между зубьями.

В общем виде можно написать, что

$$M_2 = i_M M_1, \quad (24)$$

где

$$i_M = \frac{O_2 B \mp \mu \cdot BM}{O_1 A \mp \mu \cdot AM}. \quad (25)$$

Аналитическое выражение для i_M через конструктивные размеры зубчатой передачи является весьма громоздким. В связи с этим определение этой величины проще всего проводить графоаналитическим методом, беря отрезки, входящие в формулу (25), непосредственно с чертежа. Поскольку на чертеже величина отрезка $O_1 A$ трудно определяется, так как точка O_1 находится за пределами чертежа, можно провести следующее преобразование величины i_M .

Из фиг. 32 следует, что

$$AM = AP \pm PM$$

и

$$\frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{AP}{BP} = \frac{O_1 P}{O_2 P} = i,$$

откуда

$$O_1 A = i \cdot O_2 B; \quad AP = i \cdot BP; \quad AM = i \cdot BP \mp PM$$

и

$$i_M = \frac{O_2 B \mp \mu \cdot BM}{i \cdot O_2 B \mp \mu (i \cdot BP \pm PM)}, \quad (26)$$

где i — мгновенное передаточное отношение.

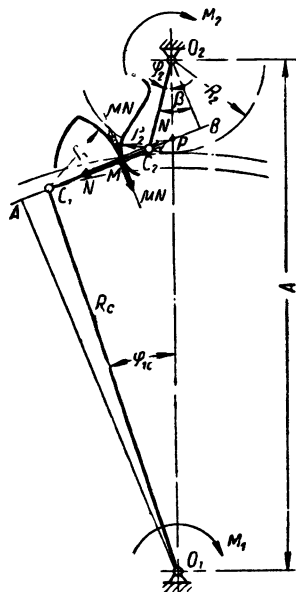
Верхние знаки в формулах (25) и (26) берутся в том случае, когда точка M касания зубьев лежит за линией центров.

Аналитическое выражение передаточного отношения i в функции угла φ_{1c} или φ_{2c} также весьма громоздко, в связи с чем исследование этой величины проще всего проводить графоаналитическим методом.

В соответствии с уравнением (22) можно написать, что

$$M_2 = N \cdot O_2 B \mp \mu N \cdot BM = M_{2пол} \mp M_{2ар}. \quad (27)$$

В уравнении (27) знак минус относится к работе зацепления перед линией центров, а знак плюс — за линией центров. При но-



Фиг. 32. Определение передаточного отношения моментов вращения на участке касания головок зубьев колеса и триба.

минальных размерах передачи касание головки зуба колеса с головкой зуба триба очень мало выходит за линию центров, поэтому, рассматривая зацепление перед линией центров, принимаем только знак минус. В рассматриваемом уравнении $M_{2пол}$ представляет собой полезный момент, а $M_{2сп}$ — момент вредного сопротивления.

Соотношение между этими моментами на трибе может быть выражено следующим образом:

$$\alpha_M = \frac{M_{2сп}}{M_{2пол}} = \mu \frac{BM}{O_2B}. \quad (28)$$

Отсюда следует, что полезный вращающий момент на трибе при одном и том же передаточном отношении будет тем больше, чем меньше величина α_M .

В соответствии с уравнениями (27) и (28) можно написать:

$$M_2 = M_{2пол} (1 - \alpha_M).$$

Величина $1 - \alpha_M$ есть коэффициент, характеризующий уменьшение момента вращения на трибе за счет момента трения.

Таблица 15

Значения коэффициентов i_M и α_M для передачи

$\frac{60}{6}$ при $\mu = 0,2$

φ_2	i	i_M	α_M
-30°	10,5	0,083	0,72
-25°	10,5	0,089	0,59
-20°	10,0	0,092	0,48
-10°	9,8	0,093	0,31
-5°	9,9	0,099	0,24

Из фиг. 32 видно, что отношение $\frac{BM}{O_2B}$, а следовательно, и α_M , становится тем больше, чем дальше перед линией центров начинается зацепление зубьев. При $\alpha_M = 1$ момент вращения на трибе станет равным нулю, независимо от величины момента вращения на колесе.

В табл. 15 приведены результаты подсчета значений коэффициентов i_M и α_M для зацепления колеса $z_1=60$ с трибом $z_2=6$ при номинальных размерах передачи и при $\mu=0,2$ (латунь — сталь). Подсчет значений коэффициентов проведен по уравнениям (26) и (28). Величины отрезков BM , PM , O_2B при подсчете брались непосредственно с чертежа.

Колебание отношения момента сопротивления к полезному на крайних границах данного участка зацепления зубьев равно

$$\frac{\alpha_{M-30^\circ}}{\alpha_{M-5^\circ}} = \frac{0,72}{0,24} = 3.$$

При этом отношение полезного момента вращения на трибе при $\varphi_2 = -30^\circ$ к моменту вращения при $\varphi_2 = -5^\circ$ будет

$$\frac{M_{2-30^\circ}}{M_{2-5^\circ}} = \frac{i_{M-30^\circ}}{i_{M-5^\circ}} = \frac{0,083}{0,099} = 0,840.$$

Это означает, что момент вращения при рассматриваемом изменении величины угла входа зубьев в зацепление от -30° до -5° может уменьшиться на 16%.

Следующим основным элементом зацепления зубьев является линия зацепления. Ее определение необходимо для установления границ работы отдельных участков зуба колеса с зубом триба.

Так как линия зацепления представляет собой траекторию точки M звена C_1C_2 заменяющего механизма (фиг. 31), то ее определение можно провести по текущим значениям координат точек C_1 и C_2 . Координаты точки M :

$$x_M = \frac{x_2\rho_1 + x_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}; \quad (29)$$

$$y_M = \frac{y_2\rho_1 + y_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (30)$$

В уравнениях (29) и (30) x_1, y_1 и x_2, y_2 являются координатами точек C_1 и C_2 .

Подставляя в уравнения (29) и (30) вместо координат точек C_1 и C_2 их выражения через углы и радиусы, т. е.

$$\begin{aligned} x_1 &= R_c \sin \varphi_{1c}; \quad y_1 = R_c \cos \varphi_{1c} \quad \text{и} \quad x_2 = R_2 \sin \varphi_{2c}; \\ y_2 &= A - R_2 \cos \varphi_{2c}, \end{aligned}$$

получим

$$x_M = \frac{R_2\rho_1 \sin \varphi_{2c} + R_c\rho_2 \sin \varphi_{1c}}{\rho_1 + \rho_2}; \quad (31)$$

$$y_M = \frac{A\rho_1 - R_2\rho_1 \cos \varphi_{2c} + R_c\rho_2 \cos \varphi_{1c}}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (32)$$

Из уравнений (31) и (32) можно получить выражение (33) для линии зацепления в полярных координатах. При расположении начала координат в центре колеса величина полярного радиуса-вектора точек линии зацепления будет

$$r = \sqrt{\frac{R_2^2\rho_1^2 + R_c^2\rho_2^2 + A^2\rho_1^2 - 2R_2R_c\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_{1c} + \varphi_{2c}) -}{\rho_1 + \rho_2} \frac{-2AR_2\rho_1^2 \cos \varphi_{2c} + 2A\rho_1R_c\rho_2 \cos \varphi_{1c}}{\rho_1 + \rho_2}}. \quad (33)$$

Анализ работы зубчатой передачи на участке касания головки зуба колеса с ножкой зуба триба. Этот механизм характеризует конечный период работы зубьев колеса и триба как в случае зацепления, представленного на фиг. 27, так и в случае зацепления, показанного на фиг. 28.

Зависимость между величинами углов поворота колеса и триба может быть получена при рассмотрении фиг. 33.

Из $\triangle O_1BO_2$ следует, что, $O_1B = A \sin \varphi_2$. Так как

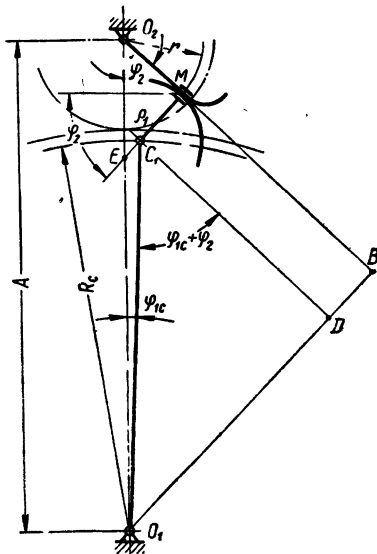
$$O_1B = O_1D + DB = R_c \sin(\varphi_{1c} + \varphi_2) + \rho_1,$$

получим

$$R_c \sin(\varphi_{1c} + \varphi_2) + \rho_1 = A \sin \varphi_2,$$

и окончательно

$$\sin(\varphi_{1c} + \varphi_2) = \frac{A \sin \varphi_2 - \rho_1}{R_c}. \quad (34)$$



Фиг. 33. Определение характера работы зубьев при касании головки зуба колеса ножки зуба триба.

Зависимость угла поворота триба от угла поворота колеса имеет вид:

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{\frac{\rho_1}{R_c} \left(\frac{A}{R_c} - \cos \varphi_{1c} \right)}{\left[\left(\frac{A}{R_c} \right)^2 - 2 \left(\frac{A}{R_c} \right) \cos \varphi_{1c} + 1 \right]} \pm \sqrt{\frac{\frac{\rho_1^2}{R_c^2} \left(\frac{A}{R_c} - \cos \varphi_{1c} \right)^2 - \left[\left(\frac{\rho_1}{R_c} - 1 \right)^2 + \cos^2 \varphi_{1c} \right] \left[\left(\frac{A}{R_c} \right)^2 - 2 \frac{A}{R_c} \cos \varphi_{1c} + 1 \right]}{\left[\left(\frac{A}{R_c} \right)^2 - 2 \frac{A}{R_c} \cos \varphi_{1c} + 1 \right]}} \quad (35)$$

Уравнение (35) является чрезвычайно сложным, поэтому целесообразнее пользоваться уравнением (34). Задаваясь различными значениями угла φ_2 , можно подсчитать соответствующие

значения угла φ_{1c} и в случае необходимости построить по точкам кривую $\varphi_2 = f(\varphi_{1c})$.

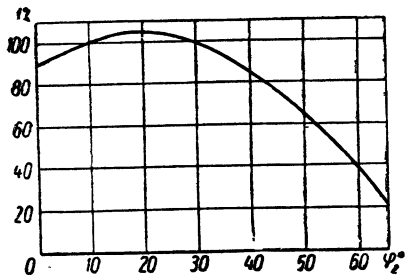
Передаточное отношение проще всего получить на уравнения (34); дифференцируя его по φ_{1c} , т. е.

$$\cos(\varphi_{1c} + \varphi_2) \left(1 + \frac{d\varphi_2}{d\varphi_{1c}}\right) = \frac{A}{R_c} \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_{1c}}. \quad (36)$$

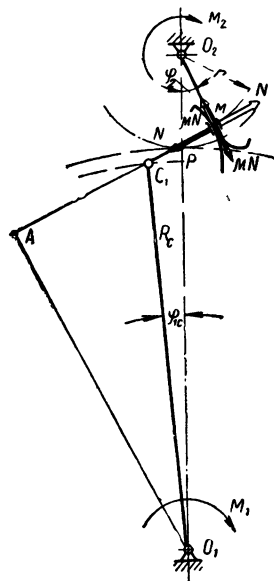
Учитывая, что $i = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_{1c}}$, из уравнения (36) находим передаточное отношение

$$i = \frac{\cos(\varphi_{1c} + \varphi_2)}{\frac{A}{R_c} \cos \varphi_2 - \cos(\varphi_{1c} + \varphi_2)}. \quad (37)$$

На фиг. 34 показано изменение передаточного отношения, подсчитанного по уравнению (37) для зубчатой передачи $z_1=60$, $z_2=6$.



Фиг. 34. График зависимости передаточного отношения угловых скоростей от угла поворота триба на участке касания головкой зуба колеса ножки зуба триба.



Фиг. 35. Определение передаточного отношения моментов вращения на участке касания головкой зуба колеса ножки зуба триба.

Приведенный характер изменения передаточного отношения угловых скоростей является типичным при касании головкой зуба колеса ножки зуба триба.

Соответствующим образом изменяется и передаточное отношение моментов вращения. Его можно определить следующим путем. Принимая, как в предыдущем случае, вращение колеса равномерным и пренебрегая при этом изменениями скорости вращения триба, можно написать (фиг. 35):

$$M_1 - N \cdot O_1A - \mu N \cdot AM = 0; \quad (38)$$

$$M_2 - N \cdot O_2M = 0. \quad (39)$$

Из уравнений (38) и (39) следует, что

$$M_2 = \frac{O_2M}{O_1A + \mu \cdot AM} M_1, \quad (40)$$

Так как $O_1A = O_2M \cdot i$ и

$$AM = AP + PM = PM(1 + i),$$

то уравнение (40) примет вид

$$M_2 = \frac{O_2M}{i \cdot O_2M + \mu(1 + i)PM} M_1$$

или

$$M_2 = \frac{1}{i + \mu(1 + i) \operatorname{tg} \varphi_2} M_1,$$

откуда

$$i_M = \frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{1 + \mu(1 + i) \operatorname{tg} \varphi_2}. \quad (41)$$

В табл. 16 приводятся результаты подсчета величины i_M для зацепления колеса $z_1 = 60$ с трибом $z_2 = 6$ при номинальных размерах передачи и при $\mu = 0.2$ (сталь — латунь).

Таблица 16
Результаты подсчета
величины i_M для передачи $\frac{60}{6}$
при $\mu = 0,2$

φ_2	i	i_M
10°	10	0,096
20°	10,3	0,09
30°	9,3	0,091
40°	8,6	0,098
50°	6,7	—

На фиг. 36 представлен график изменения передаточного отношения моментов вращения i_M на всем участке зацепления зубьев для рассматриваемой передачи ($z_1 = 60, z_2 = 6$) в зависимости от угла поворота триба.

По характеру этой кривой видно, что при преждевременном зацеплении при большом угле входа перед линией центров происходит значительное уменьшение вращающего момента на трибе.

Уравнение линии зацепления для рассматриваемого участка работы зубьев получает наиболее простой вид в полярных координатах с центром в точке O_2 (фиг. 33). Проектируя ломаную $O_1C_1MO_2$ на направление линии центров и на направление, перпендикулярное ему, получаем уравнения:

$$r \cdot \cos \varphi_2 + \rho_1 \sin \varphi_2 + R_c \cos \varphi_{1c} = A; \quad (42)$$

$$r \cdot \sin \varphi_2 - \rho_1 \cos \varphi_2 - R_c \sin \varphi_{1c} = 0. \quad (43)$$

Исключая из уравнений (42) и (43) угол φ_{1c} , получим

$$r^2 - 2AR \cos \varphi_2 - 2A\rho_1 \sin \varphi_2 + A^2 + \rho_1^2 - R_c^2 = 0. \quad (44)$$

Решая уравнение (44) относительно r , находим

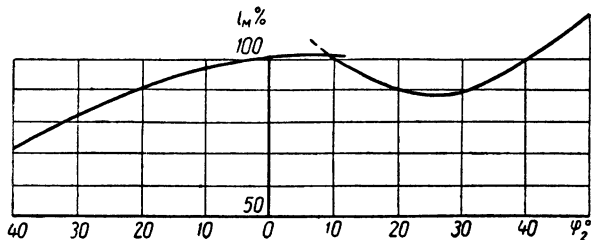
$$r = A \cos \varphi_2 \pm \sqrt{A^2 \cos^2 \varphi_2 + 2A\rho_1 \sin \varphi_2 + R_c^2 - A^2 - \rho_1^2}. \quad (45)$$

Проведя в уравнении (45) упрощение под радикалом и прини-

мая перед радикалом знак «минус», так как r не может быть больше $A \cos \varphi_2$, получаем уравнение

$$r = A \cos \varphi_2 - \sqrt{R_c^2 - (A \sin \varphi_2 - \rho_1)^2}. \quad (46)$$

Уравнение (46) можно было бы получить из уравнения (10) путем соответствующей замены обозначений углов и размеров на

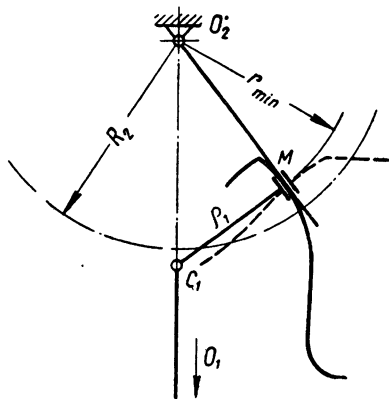


Фиг. 36. График зависимости передаточного отношения моментов вращения от угла поворота триба на всем участке зацепления зубьев для передачи $\frac{60}{6}$.

фиг. 28, а и 33. Из полученного уравнения можно установить, что наибольшее приближение линии зацепления к центру триба будет при расположении центра дуги головки зуба колеса на линии центров (фиг. 37).

Для определения угла поворота триба, при котором точка касания переходит с головки зуба триба на ножку, можно определить из совместного решения уравнений линий зацепления для этих периодов работы зубьев, т. е. определяя точку пересечения линий зацепления. Этот же угол можно определить, приравнявая выражения для передаточных отношений на этих участках зацепления. Значительно проще и быстрее можно определить границы работы заменяющих механизмов при помощи графоаналитического метода.

Все выведенные уравнения получены при условии изготовления зубчатых передач по номинальным размерам. Аналитическое исследование мелко модульных зубчатых зацеплений с учетом влияния погрешностей изготовления еще более усложняется. Значи-



Фиг. 37. Положение зуба колеса относительно линии центров, при котором расстояние O_2M — наименьшее.

тельные трудности возникают в связи с резким изменением грани работы отдельных заменяющих механизмов.

Скольжение зубьев колес и трибов в часовом зацеплении.

Скольжение зубьев колеса и триба зависит от их положения относительно линии центров, определяемого углом поворота триба (или колеса). Для каждого участка зацепления зубьев скольжение

выражается определенным законом. Обычно за меру скольжения принимают удельное скольжение. Если элементарному участку ds_1 профиля зуба колеса, прошедшему через линию зацепления, соответствует участок ds_2 профиля зуба триба, то разность этих соприкасавшихся участков профилей дает величину абсолютного скольжения

$$dg = ds_1 - ds_2.$$

Отношение величины абсолютного скольжения к длине участка профиля, на котором происходит скольжение (ds_1 или ds_2), дает величину удельного скольжения для соответствующего профиля.

Величина удельного скольжения относительно профиля зуба колеса

$$g_1 = \frac{ds_1 - ds_2}{ds_1} = 1 - \frac{ds_2}{ds_1}, \quad (47)$$

и аналогично для профиля зуба триба

$$g_2 = \frac{ds_1 - ds_2}{ds_2} = \frac{ds_1}{ds_2} - 1. \quad (48)$$

Фиг. 38. Определение удельного скольжения при касании головок зубьев колеса и триба.

Дальнейшие выводы будут относиться к определению удельного скольжения зуба колеса, так как по данным практики зубья колес, изготовляемых из латуни, изнашиваются быстрее, чем зубья трибов, изготовляемых из стали.

Определение удельного скольжения для начального периода зацепления зубьев. Для определения величины удельного скольжения необходимо найти величины ds_1 и ds_2 в функции от угла φ_{1c} или φ_{2c} , поскольку зависимость φ_{2c} от φ_{1c} известна.

В соответствии с фиг. 38 можно написать

$$ds_1 = \rho_1 \cdot d\alpha, \quad (49)$$

$$ds_2 = \rho_2 \cdot d\beta. \quad (50)$$

Для определения приращений углов α и β , вызванных приращением угла φ_{1c} , найдем зависимости углов α и β от угла φ_{1c} или φ_{2c} .

Из треугольников $C_1O_1O_2$ и $C_1C_2O_2$ можно написать следующие уравнения:

$$C_1O_2^2 = R_c^2 + A^2 - 2AR_c \cos \varphi_{1c}, \quad (51)$$

$$C_1O_2^2 = (\rho_1 + \rho_2)^2 + R_2^2 - 2(\rho_1 + \rho_2) R_2 \cos \beta. \quad (52)$$

Исключая из уравнений (51) и (52) отрезок C_1O_2 , получим

$$R_c^2 + A^2 - 2AR_c \cos \varphi_{1c} = (\rho_1 + \rho_2)^2 + R_2^2 - 2(\rho_1 + \rho_2) R_2 \cos \beta. \quad (53)$$

Дифференцируя уравнение (53), получим

$$2AR_c \sin \varphi_{1c} d\varphi_{1c} = 2(\rho_1 + \rho_2) R_2 \sin \beta d\beta, \quad (54)$$

откуда

$$d\beta = \frac{AR_c}{(\rho_1 + \rho_2) R_2} \cdot \frac{\sin \varphi_{1c}}{\sin \beta} \cdot d\varphi_{1c}. \quad (55)$$

Из треугольников $O_1C_2O_2$ и $C_1O_1C_2$ следует

$$O_1C_2^2 = R_2^2 + A^2 - 2AR_2 \cos \varphi_{2c}; \quad (56)$$

$$O_1C_2^2 = R_c^2 + (\rho_1 + \rho_2)^2 - 2R_c(\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha. \quad (57)$$

Исключая из уравнений (56) и (57) отрезок O_1C_2 , получим

$$A^2 + R_2^2 - 2AR_2 \cos \varphi_{2c} = R_c^2 + (\rho_1 + \rho_2)^2 - 2R_c(\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha. \quad (58)$$

Дифференцируя уравнение (58), получим

$$2AR_2 \sin \varphi_{2c} d\varphi_{2c} = 2R_c(\rho_1 + \rho_2) \sin \alpha d\alpha,$$

откуда

$$d\alpha = \frac{AR_2}{(\rho_1 + \rho_2) R_c} \cdot \frac{\sin \varphi_{2c}}{\sin \alpha} d\varphi_{2c}. \quad (59)$$

Подставляя значения $d\alpha$ и $d\beta$ из уравнений (55) и (59) в выражения (49) и (50), получим

$$ds_1 = \rho_1 \frac{AR_2}{(\rho_1 + \rho_2) R_c} \cdot \frac{\sin \varphi_{2c}}{\sin \alpha} d\varphi_{2c}; \quad (60)$$

$$ds_2 = \rho_2 \frac{AR_c}{(\rho_1 + \rho_2) R_2} \cdot \frac{\sin \varphi_{1c}}{\sin \beta} d\varphi_{1c}. \quad (61)$$

Подставляя значения ds_1 и ds_2 в выражение (47) и учитывая, что $\frac{d\varphi_{2c}}{d\varphi_{1c}} = i$, получим

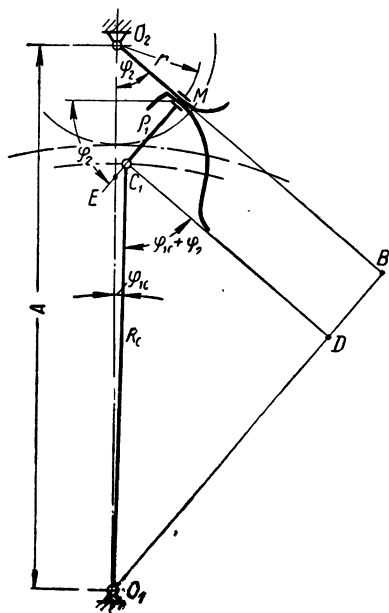
$$g = 1 - \frac{1}{i} \cdot \frac{\rho_2 R_c^2 \sin \alpha \cdot \sin \varphi_{1c}}{\rho_1 R_2^2 \sin \beta \cdot \sin \varphi_{2c}}. \quad (62)$$

Величины $\sin \alpha$ и $\sin \beta$ можно определить из уравнений (53) и (58):

По уравнению (62) можно подсчитать величину удельного скольжения при любом положении заменяющего механизма, соответствующего начальному периоду зацепления зубьев. Из анализа

выражения (62) видно, что при $\varphi_{2c} = 0$, т. е. когда центр дуги головки зуба триба находится на линии центров, $g_1 = \infty$, т. е. будет происходить относительно большой местный износ головки зуба колеса.

Определение удельного скольжения для конечного периода зацепления зубьев. Для вывода формулы удельного скольжения при касании головкой зуба колеса ножки зуба триба определим зависимость угла α от угла φ_{1c} (фиг. 39).



Фиг. 39. Определение удельного скольжения при касании головкой зуба колеса ножки зуба триба.

Из $\triangle EO_2M$ следует, что

$$\begin{aligned} \angle O_2EM &= 90^\circ - \varphi_2 = \\ &= \angle EO_1C_1 + \angle EC_1O_1, \end{aligned}$$

или

$$90^\circ - \varphi_2 = \varphi_{1c} + 180^\circ - \angle MC_1O_1.$$

Обозначим $\angle MC_1O_1 = \alpha$. Из фигуры видно, что

$$\alpha = 90^\circ + \varphi_{1c} + \varphi_2. \quad (63)$$

Элементарный участок профиля головки зуба колеса ds_1 , пересекающий линию зацепления при повороте колеса на угол $d\varphi_{1c}$, равен $ds_1 = r_1 da$, или, учитывая уравнение (63),

$$ds_1 = r_1 (d\varphi_{1c} + d\varphi_2).$$

Из уравнения (34) находим, что

$$d\varphi_2 = \frac{\cos(\varphi_{1c} + \varphi_2)}{\frac{A}{R_c} \cos \varphi_2 - \cos(\varphi_{1c} + \varphi_2)} d\varphi_{1c}.$$

Подставляя значение $d\varphi_2$ в уравнение для ds_1 , получим

$$ds_1 = \frac{r_1 \cos \varphi_2 d\varphi_{1c}}{\cos \varphi_2 - \frac{R_c}{A} \cos(\varphi_{1c} + \varphi_2)}. \quad (64)$$

Элементарный участок ds_2 ножки зуба триба, пересекающий линию зацепления при повороте колеса на угол $d\varphi_{1c}$, равен

$$ds_2 = dr,$$

где r — радиус-вектор точки M касания профилей.

В данном случае величину радиуса r удобнее выразить через угол α .

Из треугольников O_1O_2B и O_1C_1D следует, что

$$r = O_2B - BM,$$

$$O_2B = A \cos \varphi_2,$$

$$BM = C_1D = R_c \cos(\alpha - 90^\circ) = R_c \sin \alpha.$$

Окончательно получим

$$r = A \cos \varphi_2 - R_c \sin \alpha. \quad (65)$$

Дифференцируя это уравнение, получим

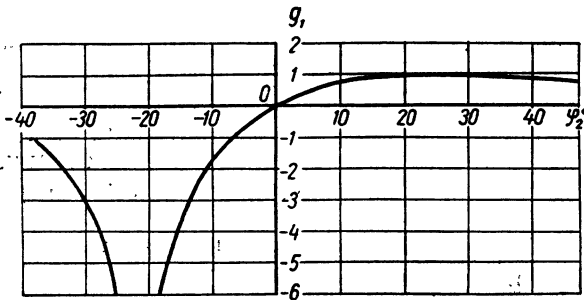
$$dr = -A \sin \varphi_2 d\varphi_2 - R_c \cos \alpha d\alpha,$$

или, согласно уравнению (63),

$$dr = -A \sin \varphi_2 d\varphi_2 + R_c \sin(\varphi_{1c} + \varphi_2)(d\varphi_{1c} + d\varphi_2),$$

откуда

$$dr = [R_c \sin(\varphi_{1c} + \varphi_2) - A \sin \varphi_2] d\varphi_2 + R_c \sin(\varphi_{1c} + \varphi_2) d\varphi_{1c}. \quad (66)$$



Фиг. 40. Графики зависимости удельного скольжения зубьев от угла поворота триба на всем участке зацепления.

Подставляя из уравнений (64) и (66) значения ds_1 и $ds_2(dr)$ в выражение (47) и учитывая уравнение (34), получим

$$g = 1 - \frac{R_c \sin \varphi_{1c}}{\rho_1 \cos \varphi_2}. \quad (67)$$

Характер изменения удельного скольжения на всем участке зацепления колеса $z_1 = 60$ с трибом $z_2 = 6$, определенный по уравнениям (62) и (67), представлен на фиг. 40.

Определение угла входа зубьев в зацепление и угла выхода.

Замена дуг эпициклоид дугами окружностей приводит к нарушению постоянства передаточного отношения. На всем участке зацепления зубьев передаточное отношение закономерно изменяется от некоторого наибольшего значения в начале зацепления до наименьшего значения в конце. Поэтому одновременное касание двух пар зубьев невозможно. Иначе говоря, коэффициент перекрытия для часового зубчатого зацепления равен единице: Это озна-

чает, что в одно и то же время одна пара зубьев будет входить в зацепление, а другая, находящаяся впереди, выходить. Находящаяся в зацеплении пара зубьев $I-I$ (фиг. 41) выйдет из зацепления в тот момент, когда боковой зазор Δ между зубьями $II-II$, входящими в зацепление, измеренный в направлении прямой C_1C_2 , станет равным нулю. На этом условии основан весь последующий расчет.

Если момент выхода пары зубьев из зацепления отметить углом $\varphi_{2\text{вых}}$, определяющим положение зуба триба относительно линии центров, то угол входа в зацепление следующей пары зубьев может быть отмечен углом $\varphi_{2\text{вх}}$, причем

$$\varphi_{2\text{вых}} - \varphi_{2\text{вх}} = \frac{2\pi}{z_2}. \quad (68)$$

Аналогично можно определить положение соприкасающихся зубьев по углу поворота колеса

$$\varphi_{1c\text{вых}} - \varphi_{1c\text{вх}} = \frac{2\pi}{z_1}. \quad (69)$$

С увеличением угла φ_{1c} (при повороте колеса в направлении, указанном на фигуре стрелкой) зазор между головками зубьев

Фиг. 41. Определение угла входа зубьев в зацепление и угла выхода.

$II-II$ колеса и триба будет уменьшаться. Сближение зубьев будет происходить до тех пор, пока расстояние C_1C_2 не станет равным сумме радиусов $\rho_1 + \rho_2$ дуг окружностей. В этот момент пара зубьев $I-I$ выйдет из зацепления.

Чтобы определить угол входа зубьев в зацепление, необходимо найти зависимость между изменением расстояния C_1C_2 и углом φ_{1c} . Затем, приняв $C_1C_2 = \rho_1 + \rho_2$, получим уравнение для определения угла $\varphi_{1c\text{вх}}$.

Проектируя ломаную $O_1C_1C_2O_2O_1$ на направление линии центров и на направление, перпендикулярное к последней, получим уравнения:

$$R_c \cos\left(\varphi_{1c} - \frac{360^\circ}{z_1}\right) + C_1C_2 \sin \alpha + R_2 \cos\left[\varphi_2 - \left(\frac{360^\circ}{z_2} - \eta\right)\right] = A; \quad (70)$$

$$R_c \sin\left(\varphi_{1c} - \frac{360^\circ}{z_1}\right) = R_2 \sin\left[\varphi_2 - \left(\frac{360^\circ}{z_2} - \eta\right)\right] - C_1C_2 \cos \alpha. \quad (71)$$

Уравнения (70) и (71) составлены с учетом знаков углов: углы, отсчитанные слева от линии центров, приняты отрицательными.

Исключая из этих уравнений угол α и обозначая

$$\frac{360^\circ}{z_1} = \tau_1; \quad \frac{360^\circ}{z_2} = \tau_2, \text{ получим}$$

$$(C_1 C_2)^2 = A^2 + R_c^2 + R_2^2 + 2R_c R_2 \cos(\varphi_{1c} + \varphi_2 - \tau_1 - \tau_2 + \eta) - 2AR_c \cos(\varphi_{1c} - \tau_1) - 2AR_2 \cos(\varphi_2 - \tau_2 - \eta). \quad (72)$$

Заменив в уравнении (72) отрезок $C_1 C_2$ суммой отрезков $\rho_1 + \rho_2$ и углы φ_{1c} и φ_2 углами $\varphi_{1c \text{ вых}}$ и $\varphi_{2 \text{ вых}}$ (учитывая переход зацепления с одной пары зубьев на другую), получим уравнение для определения углов выхода зубьев из зацепления

$$2AR_c \cos(\varphi_{1c \text{ вых}} - \tau_1) + 2AR_2 \cos(\varphi_{2 \text{ вых}} - \tau_2 + \eta) - 2R_c R_2 \cos \times \\ \times (\varphi_{1c \text{ вых}} + \varphi_{2 \text{ вых}} - \tau_1 - \tau_2 + \eta) - A^2 - R_c^2 - R_2^2 + (\rho_1 + \rho_2)^2 = 0. \quad (73)$$

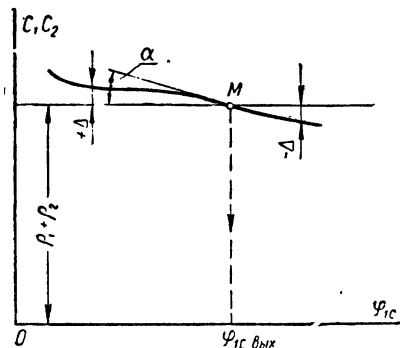
Дальнейшее преобразование этого уравнения представляет собой значительные затруднения, так как выражение угла φ_2 через φ_{1c} очень громоздко [см. уравнение (35)]. Поэтому для определения угла $\varphi_{1c \text{ вых}}$ при аналитическом методе исследования более целесообразно вычислить ряд значений $C_1 C_2$ по уравнению (72) и построить по ним график $C_1 C_2 = f(\varphi_{1c})$ (фиг. 42).

Точка M пересечения кривой $C_1 C_2$ с прямой, отстоящей от оси абсцисс на расстоянии $\rho_1 + \rho_2$, соответствует углу $\varphi_{1c \text{ вых}}$ выхода зубьев из зацепления. Угол входа может быть определен по формуле (69).

Положительные разности между ординатами кривой $C_1 C_2 = f(\varphi_{1c})$ и величиной $\rho_1 + \rho_2$ дают значения зазоров Δ между головками зубьев, входящих в зацепление.

Отрицательные разности характеризуют те величины деформаций, вступивших в зацепление зубьев, которые могли бы быть отмечены, если бы находящаяся впереди пара зубьев $I-I$ не вышла из зацепления.

При теоретическом циклоидальном или эвольвентном зацеплении, когда коэффициент перекрытия $\varepsilon > 1$, кривая $C_1 C_2 = f(\varphi_{1c})$ не будет пересекать прямую, соответствующую нулевому зазору $\Delta = 0$, а начиная от некоторой точки M , совпадет с ней на величине угла поворота колеса, соответствующей одновременному касанию двух пар зубьев. Величина угла наклона α кривой $C_1 C_2 =$



Фиг. 42. Характер изменения зазора Δ между входящими в зацепление зубьями в зависимости от угла поворота триба.

$= f(\varphi_{1c})$ в точке M к горизонтали может служить критерием отклонения рассматриваемого часового зацепления от теоретического циклоидального при замене эпициклоид дугами окружностей (сравните, например, изменения величины зазора в различных зубчатых передачах, приведенные в приложении 1).

По углу α можно судить также о силе удара входящих в зацепление зубьев.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Замена зубчатого колеса и триба плоскими механизмами на всем участке зацепления (фиг. 27 и 28), использованная для вывода формул при аналитическом исследовании, удобна также для графоаналитического исследования и особенно для исследования влияния отдельных погрешностей на работу зубчатой передачи.

Графоаналитический метод исследования состоит в графическом нахождении последовательных положений звеньев заменяющих механизмов, построенных для определенных значений угла поворота колеса. Малые модули часовых колес позволяют производить графическое исследование при достаточно больших масштабах увеличения — порядка 1000:1, что обеспечивает высокую точность исследования.

При этих условиях могут быть учтены погрешности до 1 $\mu\text{к}$, так как 1 $\mu\text{к}$ будет соизмерим с 1 мм чертежа. Такая точность практически вполне достаточна.

Здесь уместно отметить, что достижение такой же точности при аналитическом методе исследования связано с вычислительными операциями над многозначными числами. Так, например, если в какую-либо формулу размер входит во второй или третьей степени, то соответствующие числовые значения должны содержать после запятой шесть или девять цифр.

Одной из отличительных особенностей рассматриваемого метода исследования, обеспечившей применение столь больших масштабов увеличения, является то, что на чертеже не показывают центр колеса, а вычерчивают только дугу его делительной окружности с радиусом R_1 , дугу окружности с радиусом R_c и линию NN , направленную к их центру (фиг. 43). Радиусом R_2 с тем же увеличением из центра O_2 на прямой NN проводят делительную окружность триба, которая при номинальных размерах передачи должна касаться делительной окружности колеса (точка P_0).

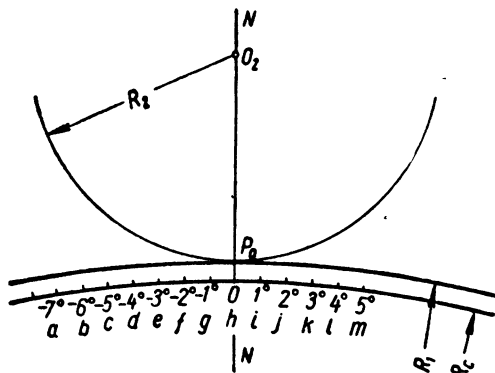
На дуге окружности радиуса R_c отмечают необходимое количество точек (a, b, c, \dots), соответствующих значениям угла φ_{1c} , например $-7^\circ, -6^\circ, -5^\circ, -4^\circ, -3^\circ, -2^\circ, -1^\circ, 0^\circ, +1^\circ, +2^\circ, +3^\circ, +4^\circ$ и т. д. Эти же точки можно рассматривать как последовательные положения шарнира C_1 всех заменяющих механизмов (см. фиг. 27 и 28).

Дуги радиусов R_1 и R_c , длина которых в масштабе 1000:1 со-

ставляет от 1000 до 3000—4000 мм, можно провести при помощи стальной проволоки, деревянной или металлической рейки. Однако проще всего предварительно изготовить несколько шаблонов с дугами разных радиусов.

Для каждого положения точки C_1 , определяющего поворот ведущего звена O_1C_1 заменяющего механизма на угол φ_{1c} , можно построить положения двух остальных звеньев механизма. Для этого достаточно для каждого положения точки C_1 найти положение точки C_2 или M (фиг. 27).

Для всех заменяющих механизмов направление среднего звена (C_1C_2 или CM) совпадает с направлением нормали в точке касания зубьев, а геометрическое место точек M каждого из механизмов представляет собой линию зацепления. Графоаналитическое исследование следует начинать с построения линии зацепления, необходимой для последующего определения углов входа зубьев в зацепление, границ работы отдельных участков зубьев, передаточных отношений, скольжений и др.



Фиг. 43. Исходный чертеж для графоаналитического исследования часового зубчатого зацепления.

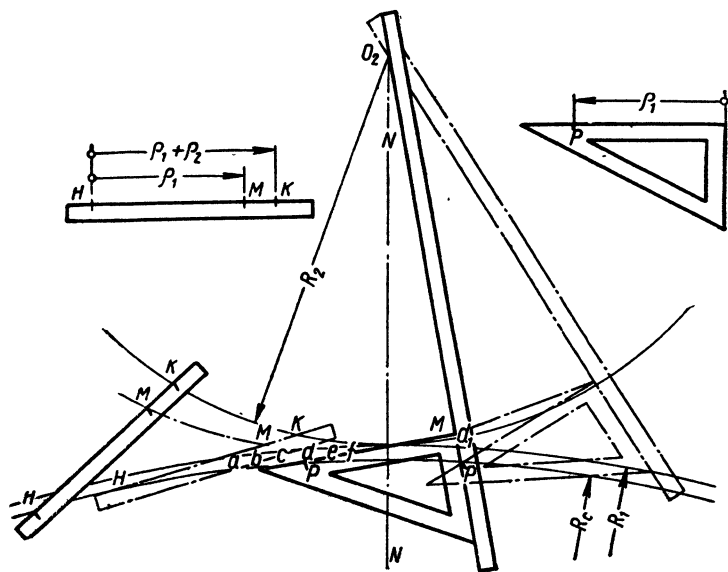
Построение линии зацепления. Построение начального участка линии зацепления, соответствующего касанию головок зубьев колеса и триба, основывается на том, что расстояние C_1C_2 между центрами дуг все время постоянно и равно сумме радиусов $r_1 + r_2$ в соответствующем масштабе. Это построение выполняется с помощью одной линейки (фиг. 44), на которой нанесены три риски: крайние риски H и K — на расстоянии $r_1 + r_2$ в принятом масштабе, а средняя риска M — на расстоянии радиуса r_1 от риски H .

При построении линейку устанавливают в такое положение, при котором риска H совпадает с какой-либо точкой на окружности R_c колеса, а риска K проектируется на делительную окружность R_2 триба. Против риски M на чертеже отмечают точку.

Таким способом можно найти целый ряд точек, которые будут определять собой участок линии зацепления при работе головок зубьев. Эта линия пересекает делительную окружность триба и продолжается до окружности, проведенной из центра триба через точку, отделяющую прямолинейный участок зуба от дугового. Дальше следует участок линии зацепления, соответствующий касанию головки зуба колеса с прямолинейным участком ножки зуба триба. Построение этого участка линии зацепления основывается

на том, что звено C_1M заменяющего механизма (фиг. 27, б и 28, з), равное ρ_1 , все время перпендикулярно ножке O_2B зуба триба. Построение выполняют при помощи линейки и треугольника (фиг. 44) с риску P на расстоянии ρ_1 (в принятом масштабе) от вершины прямого угла.

В точку O_2 помещают булавку. Риску P треугольника совмещают с какой-либо точкой на окружности радиуса R_c , например



Фиг. 44. Графическое определение точек линии зацепления.

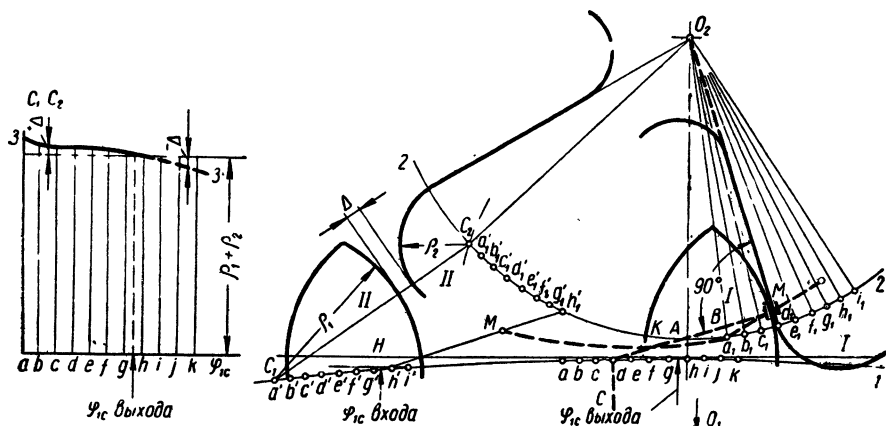
с точкой d , и, поворачивая линейку вокруг булавки, добиваются плотного касания линейки с малым катетом треугольника. У вершины прямого угла на чертеже отмечают точку M , а также точку пересечения прилегающей к треугольнику стороны линейки с делительной окружностью триба (точка d_1).

Затем для каждой точки a, b, c, d, e, \dots на делительной окружности колеса находят соответствующие положения точки M , а также соответствующие точки $a_1, b_1, c_1, d_1, \dots$ на делительной окружности триба (фиг. 45).

Соединив точки M , получают линию зацепления на участке работы головки зуба колеса с ножкой зуба триба, которая продолжается до окружности выступов колеса. Граница между двумя заменяющими механизмами (точка B) определяется точкой пересечения соответствующих линий зацепления.

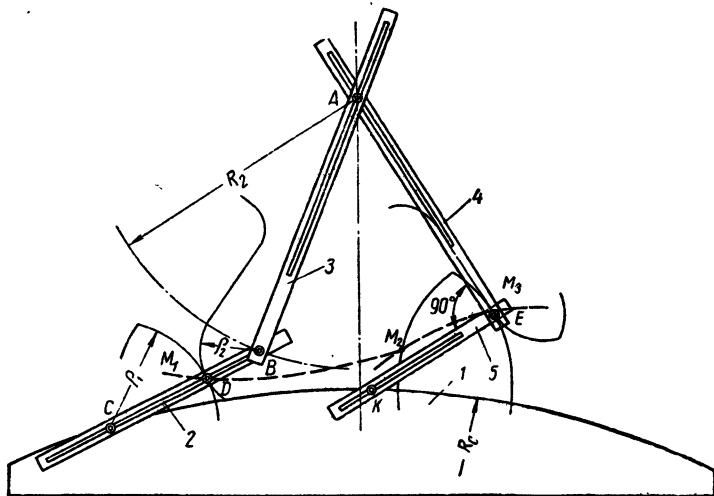
Следующим участком линии зацепления является дуга окружности выступов колеса. Этот участок соответствует скольжению вершины зуба колеса по зубу триба. Такое скольжение может наступить, например, при сближении центров колеса и триба.

Прибор для вычерчивания линии зацепления. С помощью прибора, конструктивная схема которого представлена на фиг. 46, построение линии зацепления значительно ускоряется и упрощается.



Фиг. 45. Графоаналитическое определение угла входа зубьев в зацепление и угла выхода.

Прибор состоит из шаблона 1, рабочий контур которого выполнен по дуге окружности большого радиуса (1000—3000 мм), и



Фиг. 46. Схема прибора для вычерчивания линии зацепления.

скрепленных между собой линеек 2, 3, 4 и 5. Линейки 2 и 3 соединены шарниром В, вокруг которого они могут свободно вращаться. В прорезь линейки 2 помещены штифт С и втулка D с грифелем.

Устройство из линеек 2 и 3 предназначено для вычерчивания участка линии зацепления, соответствующего работе головок зубьев колеса и триба.

Для построения линии зацепления необходимо ось вращения линейки 3 — шарнир A установить на расстоянии радиуса делительной окружности триба от точки B (в принятом масштабе). Штифт C и втулку D закрепляют в положениях, при которых расстояние BD равно радиусу дуги головки зуба триба, а расстояние CD — радиусу дуги головки зуба колеса в том же масштабе. При смещении штифта C вправо по шаблону 1 грифель, закрепленный во втулке D вычертит участок линии зацепления M_1M_2 . Масштаб всего построения равен отношению радиуса шаблона и радиуса окружности, на которой лежат центры дуг головок зубьев колеса.

Устройство из линеек 4 и 5 предназначено для вычерчивания участка линии зацепления, соответствующего работе головки зуба колеса с ножкой зуба триба. Линейки 4 и 5 закреплены в точке E под прямым углом. Линейка 4 имеет прорезь, по которой она может свободно скользить относительно центра A . В прорези линейки 5 помещен штифт K . Для построения линии зацепления штифт K закрепляют в положении, при котором расстояние KE равно радиусу дуги головки зуба колеса. При смещении штифта K по рабочей контуре шаблона грифель, закрепленный во втулке E , вычертит участок линии зацепления M_2M_3 .

Определение угла входа зубьев в зацепление и угла выхода.

При номинальных размерах передачи зубья колеса и триба входят в зацепление перед линией центров на участке касания головок зубьев. Выход зубьев из зацепления будет происходить за линией центров на участке касания головкой зуба колеса ножки зуба триба. Для определения угла входа зубьев в зацепление необходимо подсчитать величины хордальных шагов по делительной окружности для триба и по окружности центров дуг головок зубьев для колеса по следующим формулам:

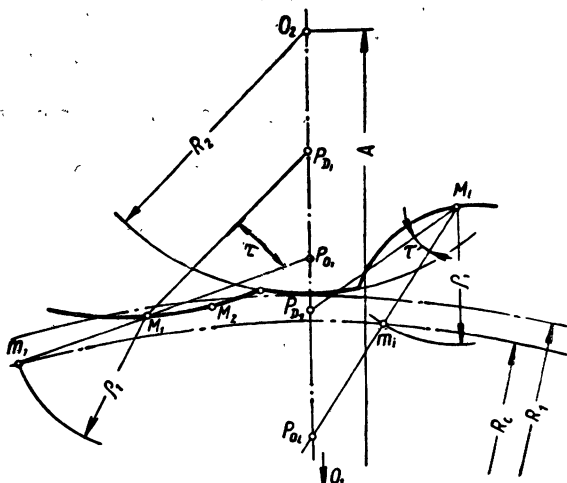
$$t_{x1} = 2R_c \sin \frac{\pi}{z_1};$$

$$t_{x2} = 2R_2 \sin \frac{\pi}{z_2}.$$

По величинам этих шагов, взятым с соответствующим увеличением, строим соответственно положениям зубьев $I-I$, отмеченным точками a, b, c, d, \dots и $a_1, b_1, c_1, d_1, \dots$ (см. фиг. 45), положения центров дуг головок зубьев $II-II$, отмеченных точками a', b', c', d', \dots и $a_1', b_1', c_1', d_1', \dots$.

Зацепление зубьев $I-I$ закончится в тот момент, когда расстояние между центрами дуг головок зубьев $II-II$ колеса и триба станет равным сумме радиусов $\rho_1 + \rho_2$ в принятом масштабе. Слева на фигуре показано графическое определение угла φ_{1c} . По оси ординат графика для каждого положения зуба I колеса отложены соответствующие расстояния между центрами дуг головок зубьев

II—II. В результате получена кривая *3—3* изменения расстояния C_1C_2 в зависимости от угла поворота колеса φ_{1c} . Точка пересечения линии *3—3* с прямой, отстоящей от оси абсцисс на расстоянии $\rho_1 + \rho_2$, определяет искомый угол выхода из зацепления зубьев *I—I*, а также, поскольку коэффициент перекрытия $\varepsilon = 1$, — угол входа в зацепление зубьев *II—II*. Теперь на окружности центров дуг головок зубьев колеса между точками g' и h' можно отметить



Фиг. 47. Определение кинематического и динамического полюсов зацепления.

начало H , а между точками g и h — конец K зацепления зубьев. Радиусом ρ_1 в масштабе из точек H и K можно сделать засечки, ограничивающие рабочий участок линии зацепления.

Определение передаточных отношений. При графоаналитическом методе исследования передаточные отношения проще всего определять, исходя из положения полюса зацепления P_0 на линии центров (фиг. 47), по следующей формуле:

$$i = \frac{O_1P_{O_i}}{O_2P_{O_i}}. \quad (74)$$

Точку P_0 назовем кинематическим полюсом зацепления.

Для определения отношения моментов вращения i_M введем понятие динамического полюса зацепления. Динамическим полюсом P_{0d} зацепления следует назвать точку пересечения равнодействующей нормальной силы и силы трения скольжения в точке касания профилей зубьев с линией центров. Как кинематический, так и динамический полюсы часового зубчатого зацепления не сохраняют постоянного (номинального) положения на линии центров, вызывая

непрерывное изменение соответствующих передаточных отношений. Поэтому для определения передаточного отношения в любой момент времени достаточно найти соответствующее положение полюса на линии центров. Для любого положения зубьев, определяемого точкой их касания на линии зацепления, например, точкой M_1 полюсы зацепления P_{O_1} и P_{D_1} могут быть найдены следующим образом. При помощи циркуля на окружности радиуса R_c находим точку m_1 , отстоящую от точки M_1 на расстоянии радиуса ρ_1 , взятого с соответствующим увеличением. Точка пересечения прямой, проведенной через точки m_1 и M_1 , с линией центров определит положение кинематического полюса зацепления P_{O_1} .

Прямая, проведенная из точки M_1 под углом трения τ к нормали m_1M_1 , пересечет линию центров в точке P_{D_1} , определяющей положение динамического полюса зацепления. По величинам отрезков $O_2P_{O_1}$; $O_2P_{O_2}$; ...; $O_2P_{O_i}$ и $O_2P_{D_1}$; $O_2P_{D_2}$; ...; $O_2P_{D_i}$, взятым непосредственно с чертежа, можно подсчитать соответствующие передаточные отношения по следующим формулам:

$$i = \frac{O_1P_{O_1}}{O_2P_{O_1}} = \frac{A - O_2P_{O_1}}{O_2P_{O_1}} = \frac{A}{O_2P_{O_1}} - 1; \quad (75)$$

$$i_M = \frac{O_2P_{D_1}}{O_1P_{D_1}} = \frac{O_2P_{D_1}}{A - O_2P_{D_1}} = \frac{1}{\frac{A}{O_2P_{D_1}} - 1}. \quad (76)$$

Определение коэффициента полезного действия зубчатой передачи. По передаточным отношениям i и i_M легко определить значения коэффициента полезного действия для каждого значения угла поворота триба.

Коэффициент полезного действия характеризует потери на трение скольжения при работе зубчатой передачи.

Обозначим через φ_1 и M_1 соответственно угловую скорость и момент вращения колеса. Тогда угловая скорость вращения триба φ_2 и момент вращения M_2 будут равны

$$\varphi_2 = \varphi_1 i, \quad (77)$$

$$M_2 = M_1 i_M \quad (78)$$

Энергия, передаваемая колесом за время dt , равна

$$dN_1 = M_1 \dot{\varphi}_1 dt. \quad (79)$$

Энергия, получаемая трибом за то же время, равна

$$dN_2 = M_2 \dot{\varphi}_2 dt.$$

Учитывая равенства (77) и (78), получаем

$$dN_2 = M_1 i_M \varphi_1 i dt = dN_1 i i_M. \quad (80)$$

В связи с потерями на трение скольжения $dN_2 < dN_1$.

Коэффициентом полезного действия принято называть отношение

$$\eta = \frac{dN_2}{dN_1}.$$

Из уравнений (80) и (79) следует

$$\eta = i_{\text{м}}. \quad (81)$$

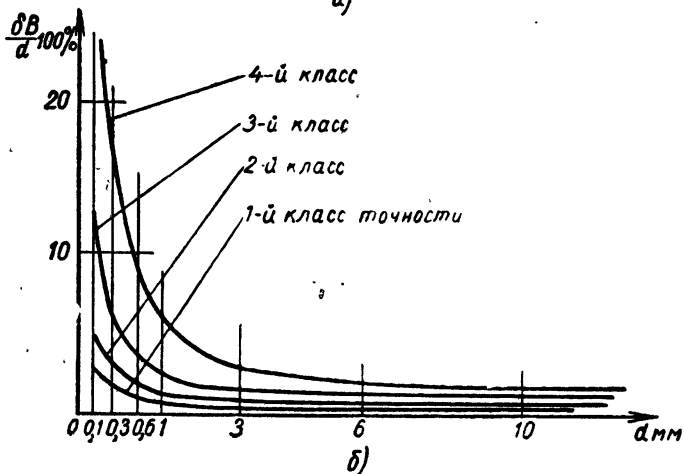
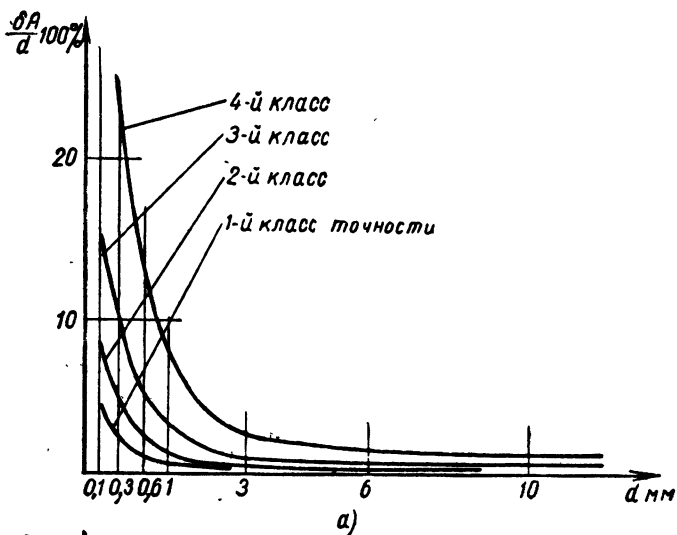
Формула (81) очень удобна для определения к. п. д. при графоаналитическом методе исследования. Для каждого положения соприкасающихся зубьев необходимо найти произведения соответствующих значений i и $i_{\text{м}}$.

Исследование влияния погрешностей на работу часовой зубчатой передачи. Без исследования влияния погрешностей на работу различных кинематических пар малых размеров нельзя получить правильного представления об их работе. Это объясняется тем, что с переходом размеров в область менее 1 мм относительные погрешности изготовления деталей значительно возрастают. Об абсолютных значениях предельных погрешностей изготовления можно судить по величинам допусков на размеры деталей, установленных соответствующими стандартами на основании многочисленных исследований технологических процессов. На фиг. 48, 49 и 50 представлены изменения величин допусков для типичных кинематических пар в зависимости от номинальных размеров. Эти кривые характеризуют изменение относительных предельных погрешностей с переходом размеров в область малых значений. Так, например, фиг. 48 дает представление об изменении относительных допустимых погрешностей диаметров отверстий $\left(\frac{\delta A}{d}\right)$ и валиков $\left(\frac{\delta B}{d}\right)$ для различных классов точности.

При подсчетах величин $\frac{\delta A}{d}$ и $\frac{\delta B}{d}$ для интервалов диаметров 0,1—0,3; 0,3—0,6 и 0,6—1 мм было принято, что допуски δA и δB сохраняют постоянное значение такое же, как и в интервале от 1 до 3 мм. Это подтверждается исследованиями, проведенными в Ленинградском институте точной механики и оптики (ЛИТМО).

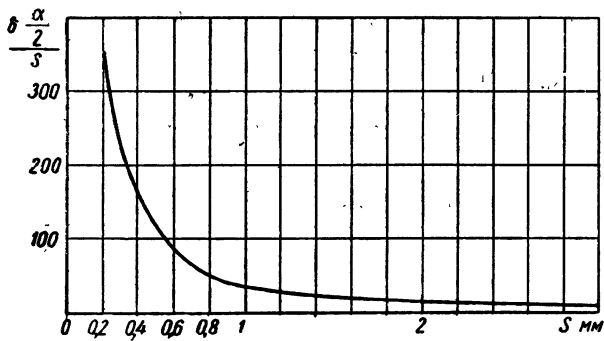
На фиг. 49 дано изменение величины допуска на половину угла профиля точной резьбы (резьбовые калибры) в зависимости от величины шага. На фиг. 50 представлено изменение предельных отклонений окружных шагов зубчатых колес 7-й степени точности в зависимости от величины модуля.

В области малых размеров допуски, соответствующие приведенным графикам, не всегда отвечают эксплуатационным требованиям. Этим объясняется, в частности, большое распространение в приборостроении различных регулировочных, юстировочных операций и соответствующих устройств.

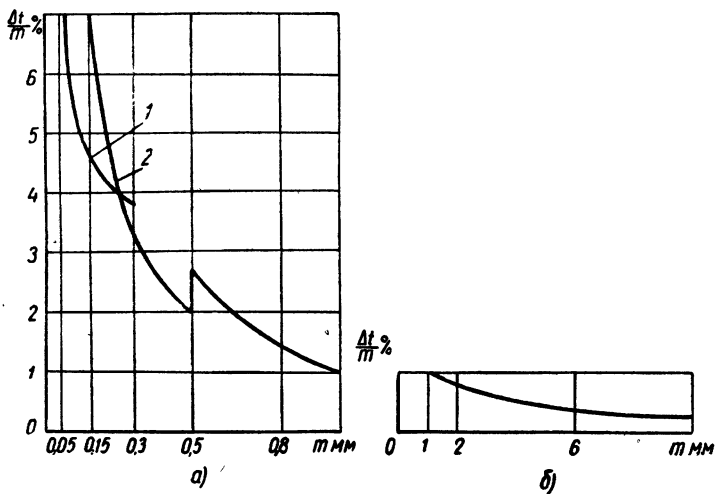


Фиг. 48. Изменение относительных допустимых погрешностей диаметров отверстий и валиков для различных классов точности:

а — для отверстий; б — для валиков.



Фиг. 49. Изменение относительных допустимых погрешностей половины угла профиля резьбы в зависимости от величины шага.



Фиг. 50. Изменение относительных предельных отклонений окружных шагов зубчатого колеса в зависимости от величины модуля: а — в приборостроении: 1 — по нормали НИИЧАСПРОМА; 2 — по ГОСТу 9178-59 7-ая степень точности; б — в общем машиностроении по ГОСТу 1643-59 7-ая степень точности.

Для исследования влияния погрешностей зубчатой передачи на ее эксплуатационные характеристики целесообразнее всего применить графоаналитический метод. Особенно заметно преимущество графоаналитического метода исследования зубчатых зацеплений при определении влияния погрешностей на изменение углов входа зубьев в зацепление и на изменение угловых интервалов отдельных участков зацепления зубьев.

Основные погрешности зубчатой передачи, влияющие на ее эксплуатационные характеристики, приведены в табл. 17.

Таблица 17

Основные погрешности зубчатой передачи

Погрешности	Обозначения	
	для колеса	для триба
1. Межцентрового расстояния	$\pm \Delta A$	
2. Радиуса окружности центров дуг головок зубьев	$\pm \Delta R_c$	$\pm \Delta R_2$
3. Радиуса дуги головки зуба	$\pm \Delta \rho_1$	$\pm \Delta \rho_2$
4. Окружных шагов	$\pm \Delta t_1$	$\pm \Delta t_2$
5. Эксцентриситет окружности выступов	e_1	e_2
<p>Примечания. 1. Погрешности ΔR_c и ΔR_2 выявляются через погрешности радиуса окружности выступов, так как связаны технологическим процессом зубообразования (для триба делительная окружность практически совпадает с окружностью центров дуг головок зубьев). 2. Шаги измеряются по окружностям, на которых расположены центры дуг головок зубьев (R_c и R_2).</p>		

Перечисленные в табл. 17 погрешности при исследовании целесообразно выражать в долях модуля. Это позволяет получать более общие результаты исследования, не связанные с размерами передачи.

Все основные погрешности зубчатой передачи могут быть легко учтены путем соответствующего изменения длин звеньев заменяющих механизмов. Так, например, влияние погрешностей ΔR_c и ΔR_2 можно исследовать, изменив длины звеньев O_1C_1 и O_2C_2 (фиг. 27 и 28). После изменений определяют новые положения линии зацепления, углы входа зубьев в зацепление и другие характеристики.

В общем случае погрешность того или иного размера зубчатой передачи вызывает изменение углов входа зубьев в зацепление и угловых интервалов касания головкой зуба колеса головки и ножки зуба триба. Кроме этого, все погрешности, за исключением по-

грешностей окружных шагов, приводят к изменению положения линии зацепления.

Графоаналитическое исследование влияния различных погрешностей на работу зубчатой передачи начинается с построения линий зацеплений, каждая из которых отвечает одному какому-либо значению погрешности. Затем для каждого значения погрешности определяются углы входа зубьев в зацепление и углы выхода, а также угол, соответствующий переходу зацепления с головки на ножку зуба триба (следует иметь в виду, что при относительно больших значениях погрешностей, например при сильно уменьшенном межцентровом расстоянии, возможно появление скольжения вершины колеса по ножке или головке зуба триба). После этого определяют передаточные отношения, зубные скольжения и другие характеристики передачи. На основании полученных результатов строятся фазовая диаграмма¹ и соответствующие графики.

Фазовые диаграммы занимают центральное место в графоаналитическом исследовании. Определение данных для построения фазовых диаграмм аналитическими приемами чрезвычайно трудно.

Рассмотрим более подробно влияние отдельных погрешностей на работу зубчатой передачи.

Наиболее сложной по своему характеру и влиянию на работу зубчатой передачи является погрешность расстояния между геометрическими осями зубчатых венцов колеса и триба. Она включает погрешность расстояния между осями отверстий в камнях (подшипниках) $\pm \Delta A_0$ и эксцентриситеты e_1 и e_2 зубчатых венцов колеса и триба.

Наибольшее значение этой погрешности равно

$$\Delta A = \pm |\Delta A_0 + e_1 + e_2|.$$

Предельные отклонения расстояний между центрами отверстий в платинах и мостах изготовляемых в настоящее время часовых механизмов составляют примерно $\Delta A_0 = \pm 0,02$ мм, что соответствует $\pm 0,2$ т при $t = 0,1$ мм. Эксцентриситеты окружностей выступов определяются через радиальные биения. Для колес и трибов основной колесной системы² допустимые величины эксцентриситетов составляют примерно 0,01 мм, что соответствует радиальному биению 0,02 мм, или 0,2 т при $t = 0,1$ мм.

Погрешность межцентрового расстояния вызывает относительное смещение находящихся в зацеплении зубьев колеса и триба. Вследствие этого может наступить либо так называемое глубокое зацепление (фиг. 51, а), либо мелкое зацепление (фиг. 51, б).

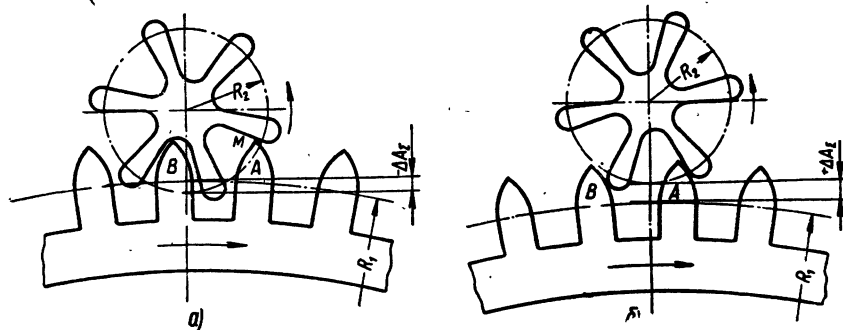
¹ Фазовые диаграммы служат для наглядного представления зависимости углов входа зубьев в зацепление и углов выхода от различных погрешностей. Они показывают также характер изменения границ перехода зацепления с одного участка зуба колеса или триба на другой.

² В основную колесную систему входят зубчатые передачи от барабана к ходовому колесу.

Величина расхождения зубьев (фиг. 51, б) может дополнительно увеличиться из-за отклонений диаметров окружностей выступов от их номинальных значений. Эти отклонения всегда откладывают в сторону уменьшения последних. С учетом отклонений диаметров окружностей выступов наибольшее расхождение зубчатых венцов колеса и триба составит

$$\Delta A = + \left(\Delta A_0 + e_1 + e_2 + \frac{\delta D_{e_1}}{2} + \frac{\delta D_{e_2}}{2} \right).$$

При глубоком зацеплении касание очередной пары зубьев начинается около линии центров или даже за ней, т. е. с запоздани-



Фиг. 51. Влияние погрешности межцентрового расстояния на характер зацепления зубьев:

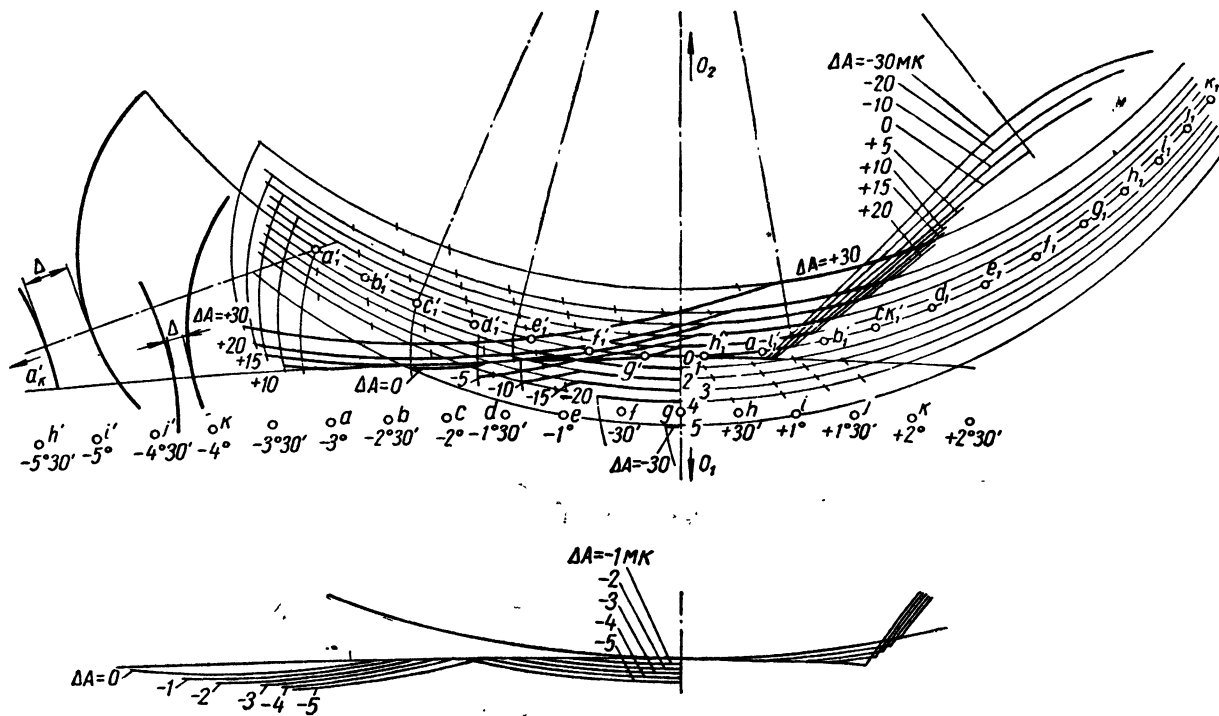
а — глубокое (запоздалое) зацепление; *б* — мелкое (преждевременное) зацепление.

ем. Зацепление зубьев продолжается далеко за линией центров. В результате этого может произойти скольжение вершины зуба колеса по ножке зуба триба и даже соскальзывание, т. е. выход зубьев из зацепления прежде, чем войдет в зацепление очередная пара зубьев.

При мелком зацеплении, наоборот, очередная пара зубьев преждевременно входит в соприкосновение на значительном расстоянии от линии центров. В этом случае момент вращения, передаваемый на триб, оказывается значительно уменьшенным, что ошибочно приписывалось раньше действию так называемого «входящего трения».

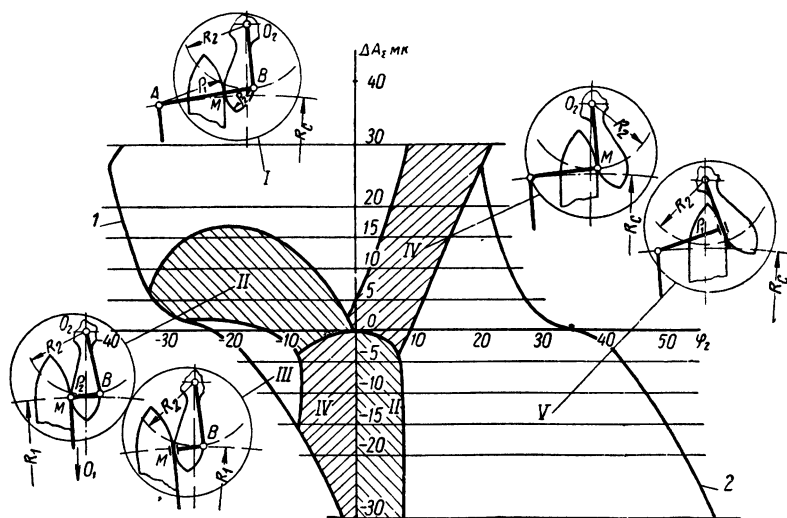
Рассмотрим влияние погрешности межцентрового расстояния на работу колеса и триба, зубья которых имеют переходные точки (см. фиг. 21, *а*). На примере этого зацепления, как наиболее сложного, можно показать большую эффективность, наглядность и простоту графоаналитического метода исследования (такое зацепление широко представлено в литературе, хотя и не является реальным).

Графоаналитическое исследование этого зацепления для $z_1 = 60$, $z_2 = 6$, $m = 0,022$ мм, представлено на фиг. 52.



Фиг. 52. Определение линий зацепления передачи $\frac{60}{6}$ с профилями зубьев, имеющими переходные точки, при различных величинах погрешности межцентрового расстояния.

Рабочие участки линий зацепления, соответствующие различным значениям погрешности межцентрового расстояния с интервалом 5—10 мк, найдены по углам входа зубьев в зацепление и углам выхода. По углам, в соответствии с которыми пересекаются отдельные участки линий зацепления, определяются границы работы заменяющих механизмов.

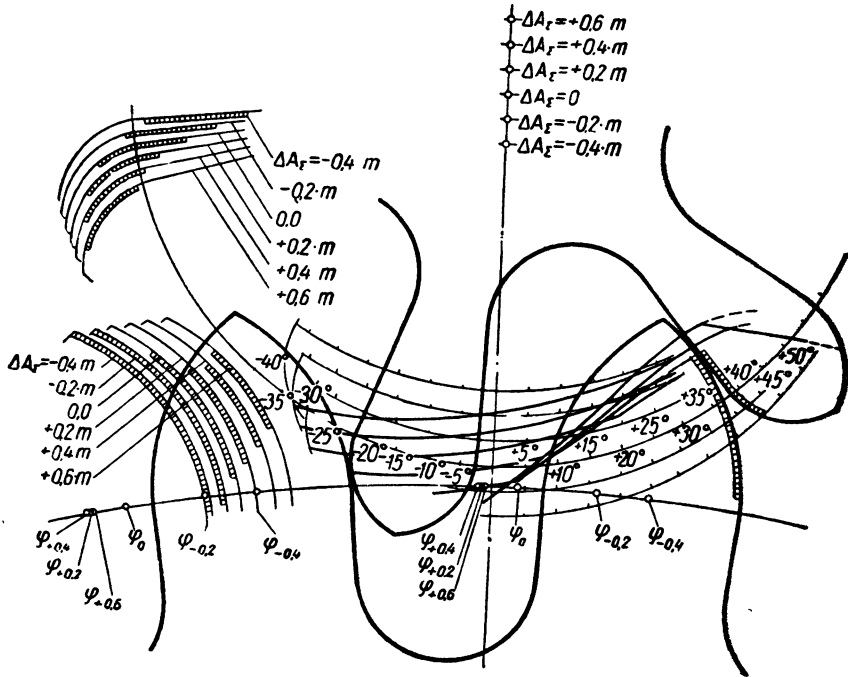


Фиг. 53. Фазовая диаграмма зацепления $\frac{60}{6}$ с профилями зубьев, имеющими переходные точки.

На фигуре (внизу) показаны линии зацепления для погрешностей межцентрового расстояния от 0 до -5 мк с интервалом 1 мк. Это дополнительное построение выполнено для определения границ участка скольжения переходной точки зуба колеса по головке зуба триба. По отмеченным выше углам и соответствующим им погрешностям строится фазовая диаграмма (фиг. 53).

По горизонтальной оси откладываются углы поворота триба (или колеса) в градусах, а по вертикальной — значения погрешности межцентрового расстояния в микронах или долях модуля. Кривая 1 соответствует началу зацепления зубьев, а кривая 2 — концу зацепления. На фазовой диаграмме указываются также границы отдельных участков зацепления зубьев колеса и триба. В рассматриваемом зацеплении фазовая диаграмма является наиболее сложной. Она подтверждает наличие четырех периодов зацепления зубьев, соответствующих четырем заменяющим механизмам (см. фиг. 28). Каждая область на фазовой диаграмме соответствует определенному заменяющему механизму.

Существенным недостатком исследуемого зацепления является наличие скольжения переходных точек, приводящего к быстрому износу зубьев. Области скольжения на диаграмме заштрихованы и обозначены цифрами II и IV. Помимо этого в данном зацеплении при сближении зубчатых венцов колеса и триба (см. фиг. 52), что соответствует отрицательным значениям погрешности межцен-



Фиг. 54. Графоаналитическое определение линий зацепления в передаче $\frac{30}{6}$ с профилями зубьев без переходных точек при различных величинах погрешности межцентрового расстояния.

трового расстояния, происходит мгновенное перемещение точек касания зубьев на линии центров. Например, при $\Delta A = -30 \text{ мк}$ — от точки 5 до 0, при $\Delta A = -20 \text{ мк}$ — от точки 4 до 0 и т. д.

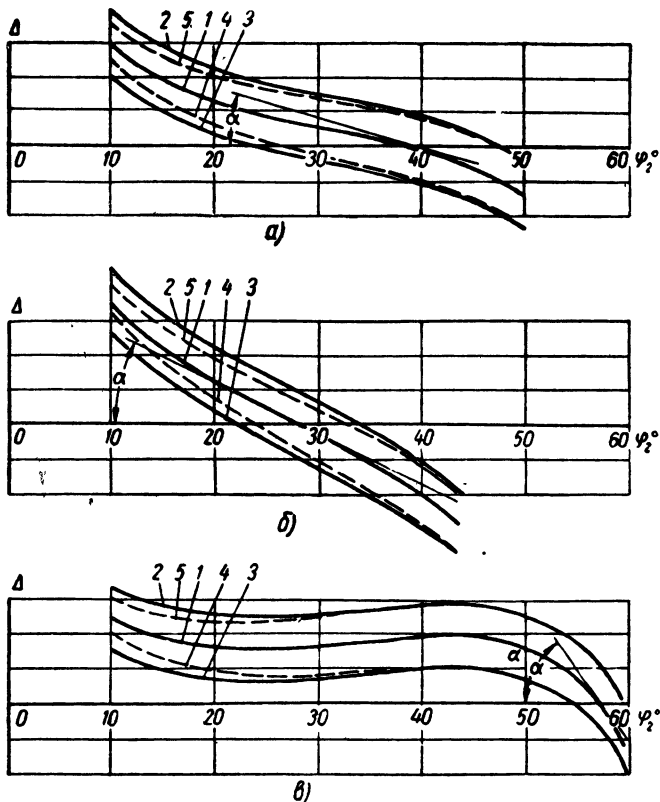
В соответствии с этим будет происходить резкое изменение передаточного отношения.

На фиг. 54* (см. также приложение 2) проведено исследование влияния величины погрешности межцентрового расстояния на характер зацепления зубчатой передачи ($i = 5$) с зубьями без переходных точек. Работа такой передачи происходит более плавно, с меньшим износом зубьев. На фиг. 54 рабочие участки зубьев колеса

* На фигуре показаны только рабочие участки линий зацепления, ограниченные углами входа зубьев в зацепление и углами выхода.

и триба для различных величин погрешности межцентрового расстояния заштрихованы.

По фиг. 55 (см. также приложение 1) можно определить углы входа зубьев в зацепление и углы выхода для зубчатой передачи $\frac{64}{6}$ при различных величинах погрешности межцентрового расстояния.



Фиг. 55. Изменения зазора между входящими в зацепление зубьями в зависимости от погрешности межцентрового расстояния и окружных шагов колеса и триба для передачи $\frac{64}{6}$:

a — номинальное межцентровое расстояние; $б$ — увеличенное ($\Delta A = +0,3 \text{ m}$); $в$ — уменьшенное ($\Delta A = -0,3 \text{ m}$). Обозначение кривых: 1 — погрешности шага колеса (Δt_1) и триба (Δt_2) равны нулю ($\Delta t_1 = \Delta t_2 = 0$); 2 — $\Delta t_2 = 0, \Delta t_1 = +0,1 \text{ m}$; 3 — $\Delta t_1 = -0,1 \text{ m}, \Delta t_2 = 0$; 4 — $t_1 = 0, \Delta t_2 = +0,1 \text{ m}$; 5 — $\Delta t_1 = 0, \Delta t_2 = -0,1 \text{ m}$.

Из фигуры видно, что угол α наклона кривых к прямой $\Delta = 0$ в месте их пересечения оказывается наименьшим при $\Delta A = 0$ (фиг. 55, a). В этом случае выход из зацепления предыдущей пары зубьев и вход последующей будет происходить наиболее плавно.

Угол наклона значительно возрастает при уменьшении межцентрового расстояния (фиг. 55, в). В этом случае вход зубьев в зацепление происходит с небольшим ударом.

На фиг. 56 показан характер изменения углов хода зубьев в зацепление и углов выхода в зависимости от числа зубьев триба (число зубьев колеса одно и то же) при различных величинах погрешности межцентрового расстояния.

На фиг. 57 (см. также приложение 3) приведена фазовая диаграмма для зубчатой передачи $i = 5$.

Из сопоставления этой фигуры с фиг. 56 видно, что при одном и том же числе зубьев триба угол входа практически не зависит от числа зубьев колеса. Так, например, для передач $\frac{30}{6}$ (фиг. 57)

и $\frac{64}{6}$ (фиг. 56) при $\Delta A = 0$ он составляет немногим более -20° .

При $\Delta A_2 = -0,3 m$ в обоих случаях он равен $(-3-4)^\circ$.

Фазовые диаграммы дают наглядное представление о влиянии погрешностей межцентрового расстояния на изменение углов входа зубьев в зацепление. Увеличение межцентрового расстояния ($\Delta A > 0$) приводит к увеличению угла входа зубьев в зацепление и продолжительности касания головок зубьев колеса и триба (фиг. 56, в), уменьшение межцентрового расстояния приводит к уменьшению угла входа зубьев в зацепление и увеличению продолжительности касания головкой зуба колеса ножки зуба триба (фиг. 56, а).

На фиг. 58 показаны последовательные положения зубьев секундного колеса и анкерного триба часов калибра 36 мм для трех значений межцентрового расстояния (картина была снята на проекторе при помощи специального приспособления¹).

Полученные при исследовании углы входа для различных межцентровых расстояний (отдельные точки на графике) близки к результатам графоаналитического исследования (штриховая линия), что показано на фиг. 58 справа.

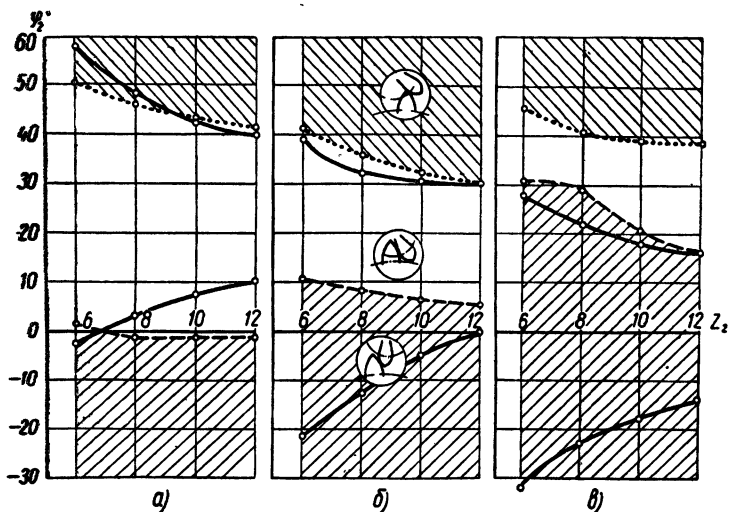
На фиг. 59 показаны последовательные положения зубьев колеса и триба, сфотографированные на микроскопе.

Рассмотрим влияние погрешности межцентрового расстояния на изменение передаточных отношений. На фиг. 60, а (см. также приложения 4 и 5) показано изменение передаточного отношения угловых скоростей зубчатой передачи $\frac{30}{6}$.

На фиг. 60, б (см. также приложения 4 и 5) показано изменение передаточного отношения моментов вращения i_M зубчатой передачи $\frac{30}{6}$.

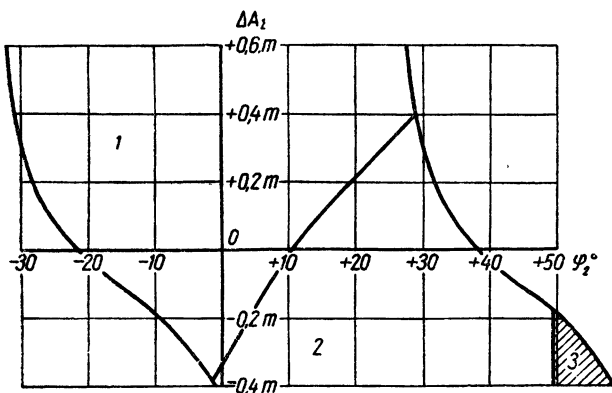
Передаточное отношение i угловых скоростей в начале заце-

¹ Это приспособление описано в книге Г. А. Аларина и И. Е. Городецкого, «Допуски и технические измерения», Машгиз, 1953, стр. 539, фиг. 699.

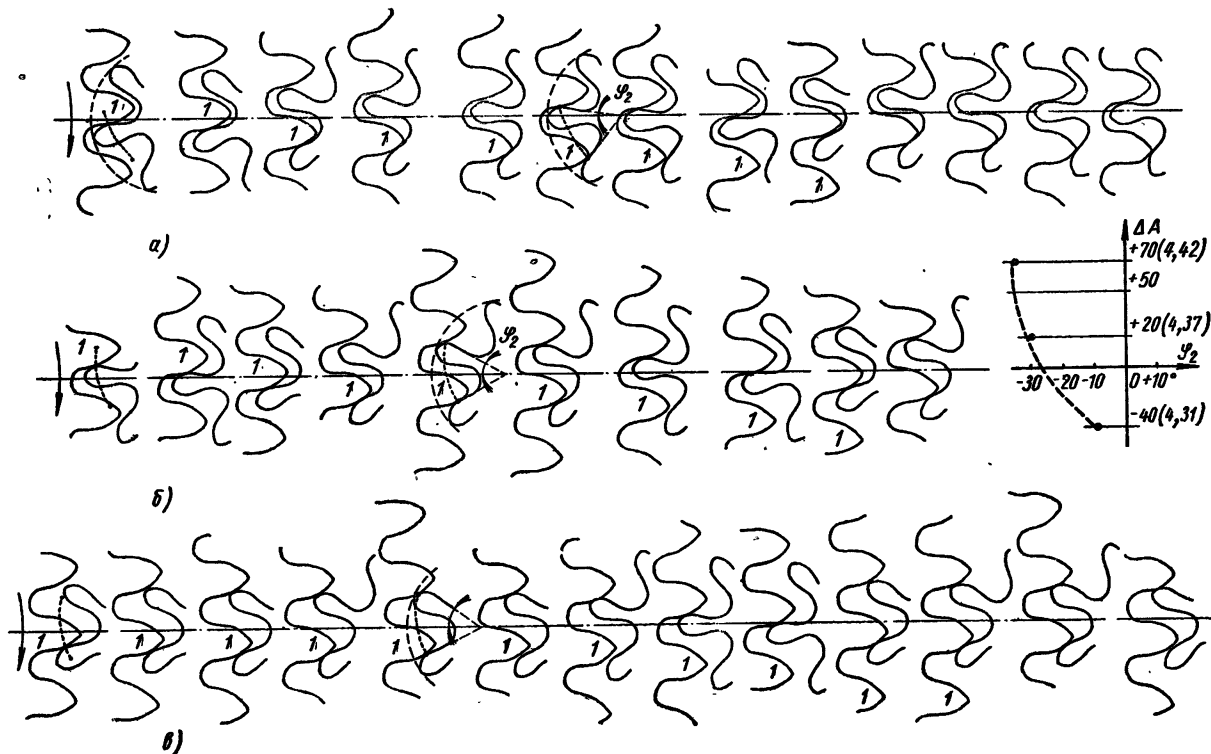


Фиг. 56. Изменение углов входа зубьев в зацепление и углов выхода в зависимости от числа зубьев гребя при постоянном числе зубьев колеса ($z_1 = 64$):

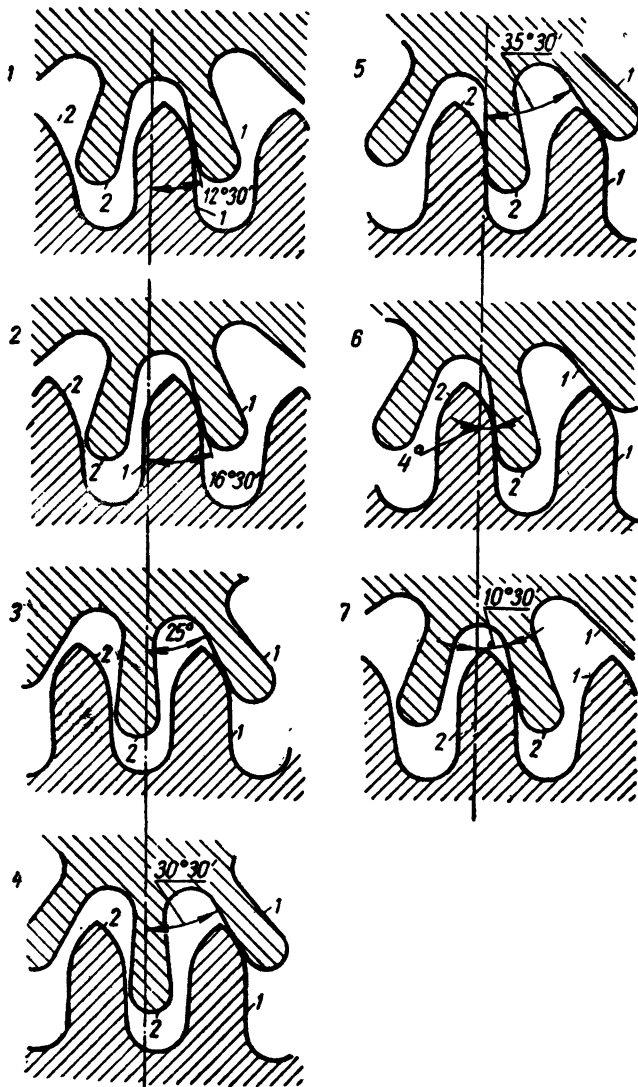
a — при уменьшенном межцентровом расстоянии ($\Delta A = -0,3m$); *б* — при номинальном межцентровом расстоянии ($\Delta A = 0$); *г* — при увеличенном межцентровом расстоянии ($\Delta A = +0,3 m$).



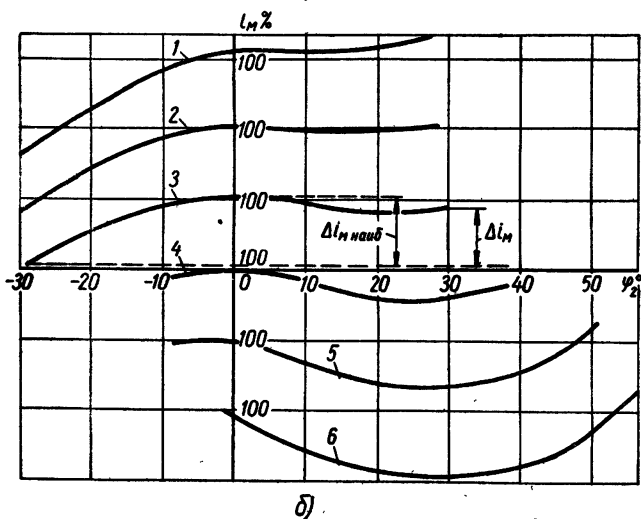
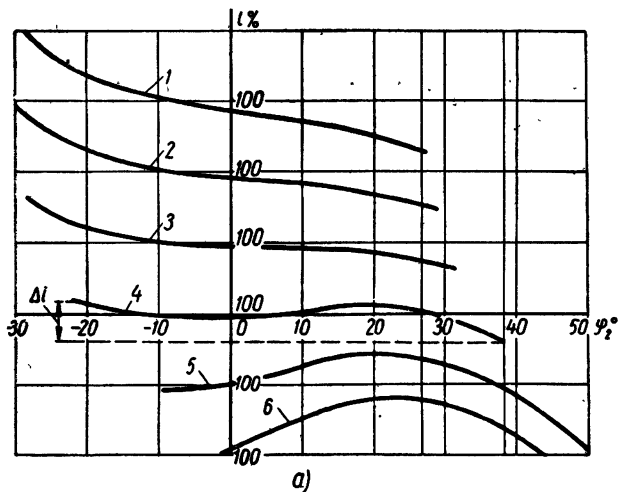
Фиг. 57. Фазовая диаграмма зацепления для передачи $\frac{30}{6}$ с зубьями без переходных точек.



Фиг. 58. Характер зацепления зубьев секундного колеса и анкерного триба часов калибра 36 мм (снято на проекторе при увеличении 100×):
 а — межцентровое расстояние $A = 4,31$ мм; б — $A = 4,37$ мм; в — $A = 4,42$ мм.



Фиг. 59. Последовательные положения зубьев колеса и триба.



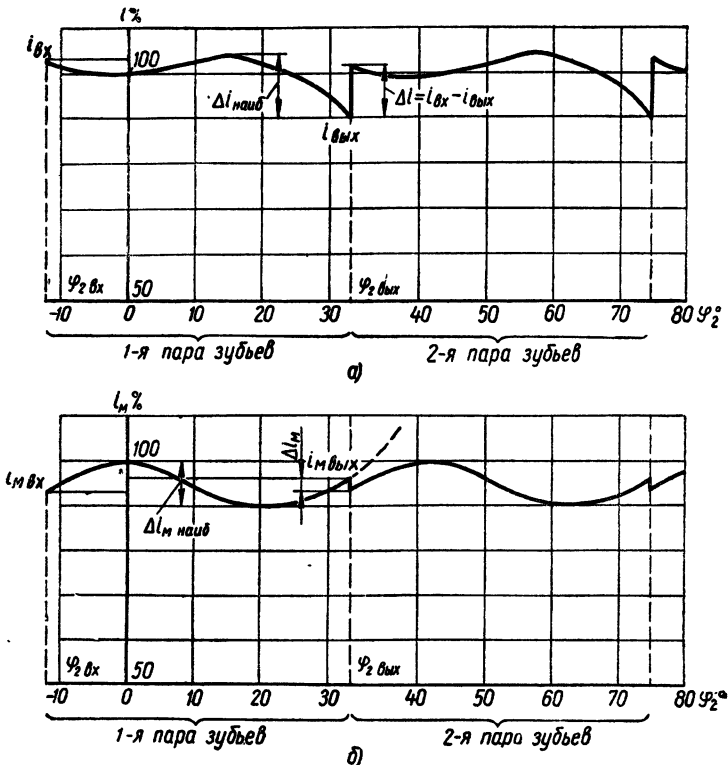
Фиг. 60. Изменение передаточных отношений зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ в зависимости от погрешности межцентрового расстояния:

стояния:

a — угловые скорости; b — моменты вращения. Обозначения кривых: 1 — погрешность межцентрового расстояния $\Delta A = +0,6$ м; 2 — $\Delta A = +0,4$ м; 3 — $\Delta A = +0,2$ м; 4 — $\Delta A = 0$; 5 — $\Delta A = -0,2$ м; 6 — $\Delta A = -0,4$ м.

пления всегда больше, чем в конце. Передаточное отношение i_M моментов вращения, наоборот, в начале зацепления меньше, а в конце больше.

Передаточные отношения непрерывно изменяются во время зацепления зубьев и прерывисто — в момент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую. Характер изменения передаточных отношений i и i_M зубчатой передачи $\frac{40}{8}$ на угловом интервале,



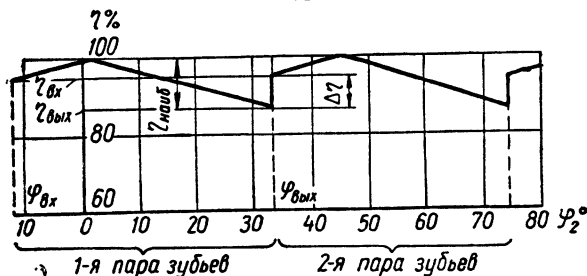
Фиг. 61. Общий характер изменения передаточных отношений на участке зацепления нескольких пар зубьев:
 а — передаточные отношения угловых скоростей; б — передаточные отношения моментов вращения.

соответствующем работе нескольких пар зубьев, показан на фиг. 61. На фиг. 62 приведено изменение к. п. д. этой передачи.

Критериями для оценки плавности зацепления зубчатой передачи могут служить колебания передаточных отношений в период зацепления и в момент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую, т. е. величины

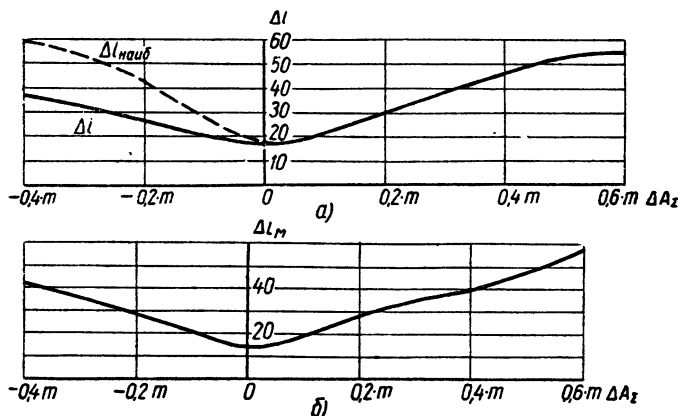
$$\Delta i = i_{вх} - i_{вых}; \quad \Delta i_M = i_{Mвх} - i_{Mвых}.$$

Величины Δi и Δi_M для каждого значения погрешности межцентрового расстояния можно определить по кривым изменения передаточных отношений. Для этого по численному значению погрешности на фазовой диаграмме устанавливают углы входа и выхода. Затем по кривым i и i_M определяют значения $i_{вх}$; $i_{вых}$; $i_{M вх}$, $i_{M вых}$, соответствующие найденным углам входа и выхода, и подсчитывают величины Δi и Δi_M .



Фиг. 62. Общий характер изменения к. п. д. зубчатой передачи на участке зацепления нескольких пар зубьев.

Кривые изменения передаточных отношений в зависимости от погрешностей межцентрового расстояния для зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ представлены на фиг. 63 (см. также приложение 6). При



Фиг. 63. Изменение передаточных отношений при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую в зависимости от погрешности межцентрового расстояния.

а — передаточные отношения угловых скоростей; б — передаточные отношения моментов вращения.

уменьшенном межцентровом расстоянии ($\Delta A < 0$) колебание передаточного отношения в период зацепления зубьев $\Delta i_{наиб}$ может оказаться больше колебания передаточного отношения при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую (фиг. 63, а).

Значения i в %

$\frac{z_1}{z_2}$	Значения i при φ_2 в град.												
	-20	-15	-10	-5	0	+5	+10	+15	+20	+25	+30	+35	+40
$\frac{30}{6}$	104	101	99	99	100	100	101	104	104	103	99	93	89
$\frac{40}{8}$	—	—	100	100	100	100,5	102	103	102	100	95	90	—
$\frac{45}{9}$	—	—	100	100	100	100,5	102	103	102	98	92,5	—	—
$\frac{50}{10}$	—	—	—	100	100	101	102	103	102	98	94	—	—
$\frac{60}{12}$	—	—	—	—	100	101	103	103	101	96	90	—	—
$\frac{70}{14}$	—	—	—	—	—	101	103	103	100	96	92	—	—
$\frac{80}{16}$	—	—	—	—	—	101	103	102	100	93	—	—	—
$\frac{90}{18}$	—	—	—	—	—	—	104	102	100	95	—	—	—
i_{cp}			100	100	100	101	102,5	103	101,5	98	94	92	89

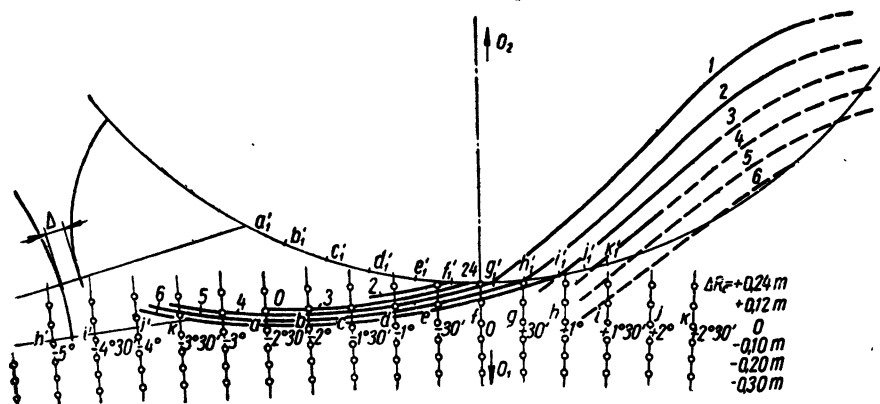
Влияние погрешности межцентрового расстояния на изменение величин Δi и Δi_M тем сильнее, чем меньше число зубьев триба.

Исследование зубчатых передач с $i = 5$ (табл. 18) показало, что при одних и тех же положениях соприкасающихся зубьев относительно линии центров, определяемых углом φ_2 , действительные передаточные отношения практически постоянны при разных числах зубьев колеса и триба. Этот вывод может быть распространен на зубчатые передачи с другими передаточными отношениями.

На фиг. 64 представлено исследование влияния погрешности радиуса окружности центров дуг головок зубьев колеса на изменение линии зацепления для передачи $\frac{60}{6}$.

На фиг. 65 приведено исследование погрешности радиуса окружности центров дуг головок зубьев триба на изменение линии зацепления для той же зубчатой передачи.

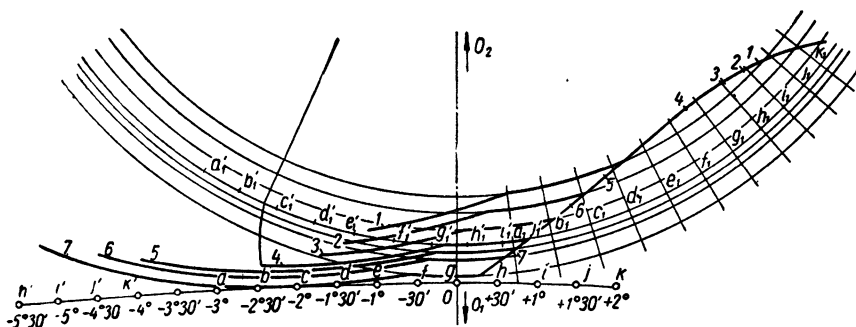
Изменение диаметров окружностей центров дуг головок зубьев колеса и триба приводит к относительному смещению зубьев, т. е. аналогично влиянию погрешности межцентрового расстояния.



Фиг. 64. Исследование влияния погрешности ΔR_c на изменение линии зацепления:

1 — при $\Delta R_c = +0,24 \text{ m}$; 2 — при $\Delta R_c = +0,12 \text{ m}$; 3 — при $\Delta R_c = 0$; 4 — при $\Delta R_c = -0,1 \text{ m}$; 5 — при $\Delta R_c = -0,2 \text{ m}$; 6 — при $\Delta R_c = -0,3 \text{ m}$.

Поэтому о влиянии погрешностей данных диаметров на изменение линий зацепления можно приблизительно судить по результатам исследований влияния погрешностей межцентровых расстояний.



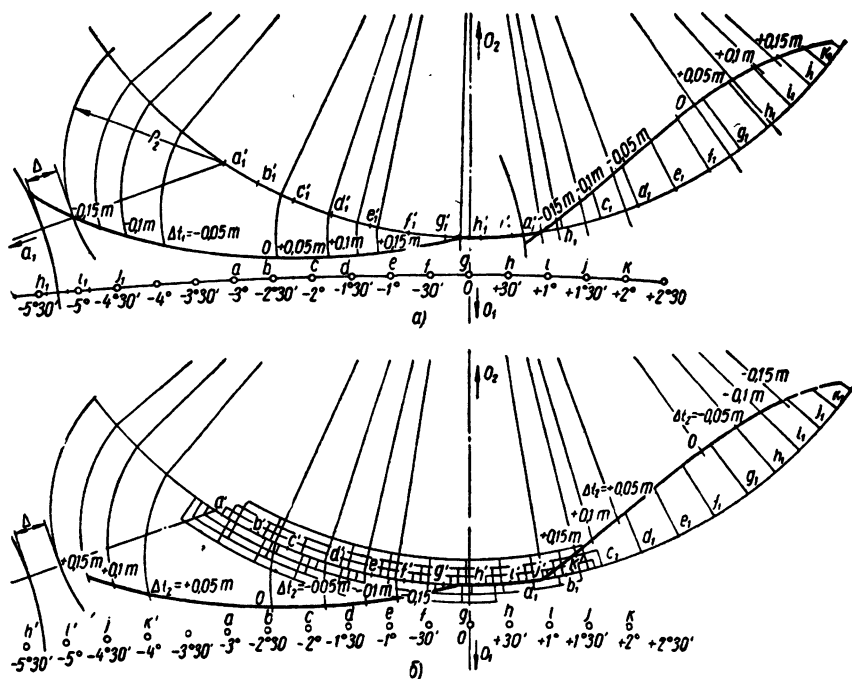
Фиг. 65. Исследование влияния погрешности ΔR_2 (R_2 совпадает с радиусом делительной окружности) на изменение линии зацепления:

1 — при $\Delta R_2 = -0,3 \text{ m}$; 2 — при $\Delta R_2 = -0,2 \text{ m}$; 3 — при $\Delta R_2 = -0,1 \text{ m}$; 4 — при $\Delta R_2 = 0$; 5 — при $\Delta R_2 = +0,05 \text{ m}$; 6 — при $\Delta R_2 = +0,1 \text{ m}$; 7 — при $\Delta R_2 = +0,2 \text{ m}$.

Наиболее сильное влияние на работу зубчатой передачи оказывают погрешности окружных шагов колеса и триба (фиг. 66).

Эти погрешности не изменяют положения линии зацепления. Они приводят к смещению рабочего участка линии зацепления относительно линии центров.

При определении углов входа и выхода в рассматриваемом случае необходимо около номинальных положений центров дуг голо-



Фиг. 66. Влияние погрешностей окружных шагов на смещение рабочего участка линии зацепления для зубчатой передачи $\frac{60}{6}$:
 а — погрешности колеса; б — погрешности триба.

вок зубьев отметить их смещенные положения, соответствующие величинам погрешностей окружных шагов.

На фиг. 67 показано влияние погрешностей радиусов дуг головок зубьев колеса и триба на изменение линии зацепления зубчатой передачи $\frac{z_1}{z_2} = \frac{60}{6}$. Чтобы сравнить влияние различных по-

грешностей на изменение углов входа зубьев в зацепление и углов выхода, нужно на одном общем графике построить кривые зависимости этих углов от различных погрешностей. Для зацепления секундного колеса с анкерным трибом часов калибра 26 мм такой график представлен на фиг. 68.

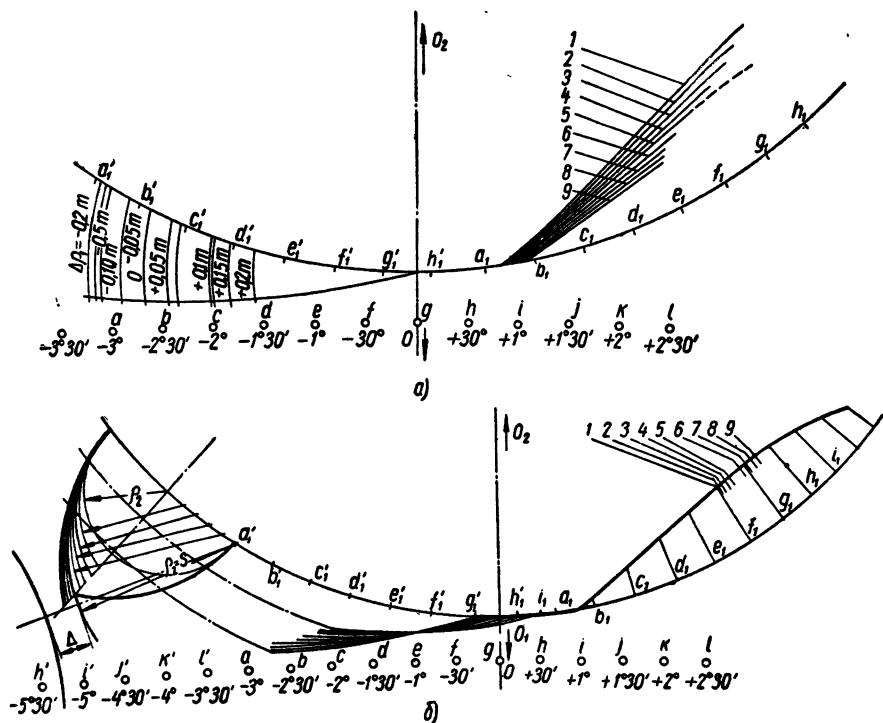
С помощью графика можно получить числовые соотношения между отдельными погрешностями, вызывающими изменение углов

входа и выхода на одну и ту же величину. Так, например, изменение угла входа от -26° до -36° вызывается следующими величинами погрешностей:

$$\Delta A = +17 \text{ мк}; \Delta t_2 = +2 \text{ мк}; \Delta R_2 = +3 \text{ мк};$$

$$\Delta t_1 = -4 \text{ мк} \text{ и } \Delta R_c = -10 \text{ мк}.$$

Эти цифры показывают, что наибольшее смещение рабочего участка линии зацепления вызывают погрешности окружных шагов



Фиг. 67. Исследование влияния погрешностей $\Delta\rho_1$ и $\Delta\rho_2$ на изменение линии зацепления:

a — для колеса: 1 — $\Delta\rho_1 = +0,2 \text{ м}$; 2 — $\Delta\rho_1 = +0,15 \text{ м}$; 3 — $\Delta\rho_1 = +0,1 \text{ м}$; 4 — $\Delta\rho_1 = +0,05 \text{ м}$; 5 — $\Delta\rho_1 = 0$; 6 — $\Delta\rho_1 = -0,05 \text{ м}$; 7 — $\Delta\rho_1 = -0,1 \text{ м}$; 8 — $\Delta\rho_1 = -0,15 \text{ м}$; 9 — $\Delta\rho_1 = -0,2 \text{ м}$; b — для триба: 1 — $\Delta\rho_2 = +0,3 \text{ м}$; 2 — $\Delta\rho_2 = +0,2 \text{ м}$; 3 — $\Delta\rho_2 = +0,1 \text{ м}$; 4 — $\Delta\rho_2 = 0$; 5 — $\Delta\rho_2 = -0,1 \text{ м}$; 6 — $\Delta\rho_2 = -0,2 \text{ м}$; 7 — $\Delta\rho_2 = -0,3 \text{ м}$; 8 — $\Delta\rho_2 = -0,4 \text{ м}$; 9 — $\Delta\rho_2 = -0,53 \text{ м}$.

колеса и триба, а также погрешность радиуса окружности центров дуг зубьев триба. Исследование погрешности радиуса дуги головки зуба триба (см. фиг. 67, б) показало, что изменение его величины от $0,5 s_2$ до s_2 оказывает незначительное влияние на кинематику передачи по сравнению с другими погрешностями.

Проведенное исследование зубчатых передач не является исчерпывающим. Его цель — показать возможность применения графоаналитического метода при установлении влияния различных погрешностей на изменение основных характеристик мелко модульной зубчатой передачи.

ВЫВОДЫ

1. Полное исследование часовых зубчатых зацеплений аналитическим методом оказывается чрезвычайно сложным и громоздким, особенно при числовых расчетах с учетом погрешностей размеров.

2. Графоаналитический метод исследования оказывается более эффективным при исследовании мелко модульных зубчатых зацеплений. Он позволяет быстро, наглядно и достаточно точно определить все основные характеристики передачи как при номинальных значениях размеров, так и с учетом погрешностей. Исследование значительно упрощается при использовании прибора для вычерчивания линии зацепления.

3. Для оценки влияния различных погрешностей на изменение углов входа зубьев в зацепление и угловых интервалов работы различных участков профилей зубьев колеса и триба следует строить фазовые диаграммы зацеплений.

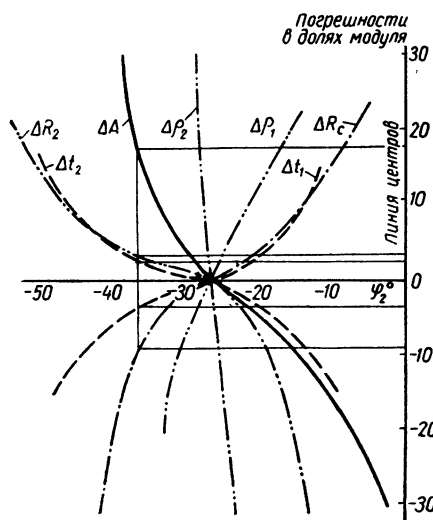
4. Для оценки мелко модульных зубчатых передач необходимо определять изменения передаточных отношений, скольжений, к. п. д. как на всем участке зацепления зубьев, так и в момент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую.

5. Проведенные исследования показали, что:

а) углы входа зубьев в зацепление в основном определяются числом зубьев триба и мало зависят от числа зубьев колеса;

б) углы входа зубьев в зацепление в значительной степени зависят от погрешностей межцентровых расстояний, окружных шагов и диаметров окружностей центров дуг головок зубьев;

в) передаточные отношения и другие характеристики при одних и тех же положениях зубьев относительно линии центров практически постоянны, особенно вблизи линии центров, мало изменяясь с изменением величин погрешностей; учитывая это, можно значительно сократить объем исследований характеристик зубчатых передач малого модуля.



Фиг. 68. Сопоставление влияния различных погрешностей на изменение углов входа зубьев в зацепление и углов выхода для зубчатой передачи $\frac{60}{6}$.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ЧАСОВОГО МЕХАНИЗМА

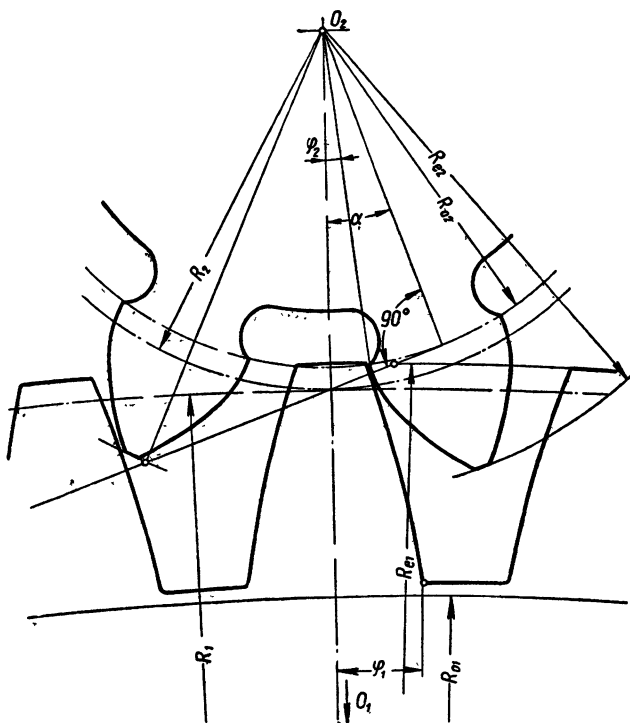
Отличительной особенностью зубчатых передач часовых механизмов являются большие передаточные отношения и малые числа зубьев ведомых колес — трибов (6—20). Это обстоятельство обусловило применение в зубчатых передачах часовых механизмов часового зацепления. Однако при профилировании и изготовлении червячных фрез для нарезания колес данного зацепления возникают большие затруднения. Режущие кромки фрез имеют сложный криволинейный профиль с очень малыми размерами (см. фиг. 11). При этом форма и размеры режущих кромок зависят не только от модуля и числа зубьев колеса, но также и от числа зубьев триба, с которым колесо будет находиться в зацеплении. При этих обстоятельствах значительно возрастает ассортимент режущего инструмента для изготовления колес и трибов, что затрудняет их стандартизацию. Приведенные недостатки можно устранить, заменив часовое зацепление эвольвентным (фиг. 69).

Режущие кромки червячных фрез для нарезания колес с эвольвентным профилем зуба прямолинейны, поэтому изготовление таких фрез значительно упрощается. Зубья эвольвентных колес получаются более прочными, вследствие чего колеса можно изготовлять штамповкой. Кроме того, простота аналитического исследования эвольвентных зацеплений (без учета отклонений размеров) облегчает возможность их нормализации. Основным препятствием к применению эвольвентного зацепления является подрезание зубьев у колес с малым числом зубьев (трибов) при нарезании их методом обкатки. Подрезание зубьев можно предотвратить, применив высотную, угловую или смешанную коррекцию зубьев. Недостатком угловой коррекции является отклонение от принятого в машиностроении стандартного угла зацепления (20°).

Смешанная коррекция представляет собой сочетание угловой и высотной коррекции.

Попытки применить в зубчатых передачах часовых механизмов скорректированное эвольвентное зацепление делались неоднократно.

Прежде всего следует указать на работу Гиттингера «Предложения о введении эвольвентного зацепления в часовое производство», опубликованную в 1935 г. В этой работе Гиттингер предложил увеличить углы зацепления и дал соответствующие расчеты. Так, например, для зубчатых передач с трибом, имеющим 6 зубьев, им рекомендован угол зацепления $32^{\circ}30'$. В качестве основного критерия качества зацепления Гиттингер принял коэффициент перекрытия.



Фиг. 69. Эвольвентное зацепление часовой зубчатой передачи

В 1937 г. в Станкоприборе под руководством П. Н. Гобермана была проведена работа по замене часового зацепления эвольвентным в механизме карманных часов 1 МЧЗ. Для каждой зубчатой пары было разработано несколько вариантов смешанной коррекции, чтобы получить требуемое малое число зубьев триба. При выборе наилучшего варианта в первую очередь принимались во внимание коэффициент перекрытия и углы входа зубьев в зацепление.

Недостатком этой работы, затрудняющим ее применение, является то, что в ней не учитывается влияние неизбежных погрешностей изготовления на работу зубчатых передач. Здесь необходимо отметить, что в области машиностроения при выборе вида за-

цепления принимают во внимание качественные показатели, соответствующие теоретической зубчатой передаче, т. е. при условии идеально точного выполнения. Там это в известной мере может быть оправдано большими модулями колес ($m > 1$ мм), при которых относительные величины погрешностей невелики (см. фиг. 50). В области приборостроения и, особенно, в часовом производстве, где преимущественно применяются зубчатые передачи с малыми модулями (намного меньше 1 мм), в связи с большими относительными погрешностями (см. фиг. 50, а) качественные показатели, установленные для теоретического зацепления, могут сильно изменяться при наличии погрешностей. Так, например, в реальных зубчатых передачах независимо от вида зацепления (эвольвентное или циклоидальное) коэффициент перекрытия оказывается равным единице, т. е. невозможна одновременная работа двух и более пар зубьев колеса и триба. Характер зацепления мелко-модульных зубчатых передач можно наблюдать при большом увеличении на микроскопах или проекторах.

В силовых зубчатых передачах приближение коэффициента перекрытия к теоретическому значению $\epsilon > 1$ получается за счет упругих деформаций зубьев и в результате предварительной обкатки исправляемого колеса (смоченного абразивной эмульсией) под нагрузкой с одним или несколькими точно изготовленными закаленными колесами. В результате такой обработки происходит «выглаживание» рабочих поверхностей зубьев и выравнивание шагов. В несилевых зубчатых передачах приборов, к которым в первую очередь относятся часовые зубчатые передачи, упругие деформации зубьев весьма малы, чтобы компенсировать погрешности, влияющие на величину коэффициента перекрытия. Применение предварительной обкатки часовых колес малого модуля нецелесообразно и неэкономично. Поэтому эти обстоятельства для реальных зубчатых передач с малым модулем отсутствуют.

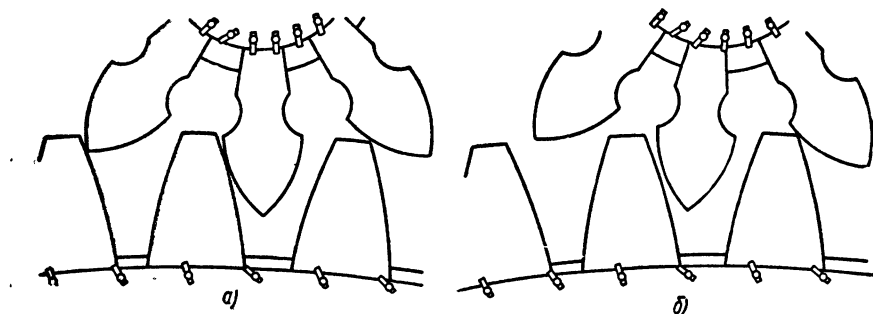
В настоящей главе дается описание графоаналитического метода исследования мелко-модульных эвольвентных зубчатых зацеплений. Приводятся методика и результаты сравнения мелко-модульных зубчатых передач с эвольвентным и часовым зацеплением в реальных условиях. Даются критерии, позволяющие оценить качество зубчатой передачи.

В конце главы приведены результаты исследования эвольвентных зубчатых передач с закругленными по дугам окружностей различных радиусов вершинами зубьев (фланкирование).

ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ МЕЛКОМОДУЛЬНОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

В реальной зубчатой передаче с эвольвентным профилем зуба скольжение вершин зубьев или при входе в зацепление, или при выходе является обычным. В этом легко убедиться с помощью простого макета, представленного на фиг. 70.

На фиг. 70, *а* показано скольжение при входе зубьев в зацепление, а на фиг. 70, *б* — при выходе из зацепления. Наиболее характерными погрешностями, приводящими к скольжению, являются погрешности шагов по основной окружности, т. е. по линии зацепления, колеса (Δt_{01}) и триба (Δt_{02}). Так, например, скольжение при входе зубьев в зацепление наблюдается при $t_{01} - t_{02} < 0$ (если, например, $\Delta t_{01} < 0$, а $\Delta t_{02} \geq 0$). Скольжение при выходе из зацепления будет, если $t_{01} - t_{02} > 0$.



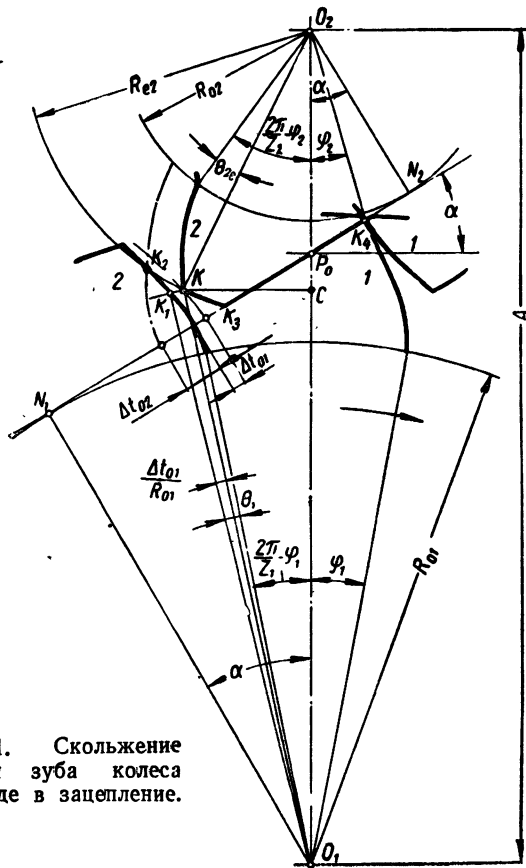
Фиг. 70. Макет для исследования характера зацепления мелкозубчатых передач:

а — скольжение вершины зуба триба при входе в зацепление; *б* — скольжение вершины зуба колеса при выходе из зацепления.

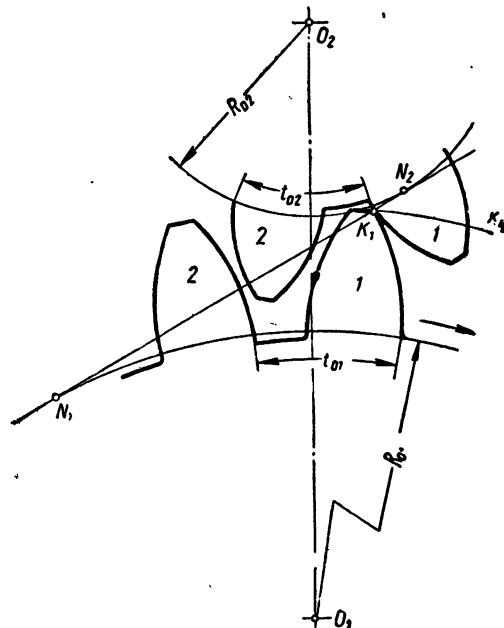
Большое значение для характеристики реальных зубчатых передач приборов имеют углы входа зубьев в зацепление. При наличии погрешностей углы входа зубьев в зацепление, а следовательно, и углы выхода, отличаются от теоретических значений, определяемых точками пересечения окружности выступов с линией зацепления.

В рассматриваемом случае, кроме теоретического прямолинейного участка линии зацепления, имеются участки, соответствующие скольжению вершин зубьев. Эти участки линии зацепления представляют собой дуги окружностей, описываемые вершинами зубьев колеса и триба. Скольжение зубьев при входе в зацепление происходит на участке между действительным углом входа и теоретическим. Скольжение зубьев при выходе из зацепления происходит на участке между теоретическим и действительным углами выхода.

На фиг. 71 показано касание зубьев 1—1 колеса и триба в тот момент, когда зубья 2—2 еще не вошли в зацепление. В идеальном случае они начнут работать в точке K_3 на линии зацепления. Если зуб 2 колеса будет смещен на величину KK_1 (отрицательная погрешность шага зубьев колеса), то зубья 2—2 начнут работать в точке K . При этом зуб 2 колеса будет поворачивать триб с большей угловой скоростью, чем зуб 1. Следовательно, в момент входа в зацепление зубьев 2—2 в точке K зубья 1—1 выйдут из



Фиг. 71. Скольжение вершины зуба колеса при входе в зацепление.



Фиг. 72. Скольжение вершины зуба колеса при выходе из зацепления.

зацепления в точке K_4 . Таким образом, при наличии скольжения одновременная работа зубьев $1-1$ и $2-2$ невозможна. Линия зацепления в этом случае состоит из дуги KK_3 и прямолинейного участка K_3K_4 теоретической линии зацепления. В зависимости от величин погрешностей скольжение может начаться в любой точке дуги K_2K_3 . Так, например, оно может начаться в точке K_2 , если погрешность основного шага колеса равна нулю, а зуб 2 триба будет удален от зуба 1 на величину, соответствующую отрезку K_2K (положительная погрешность шага зубьев триба).

Скольжение на участке K_1K_4 линии зацепления (фиг. 72) будет в том случае, если шаг колеса t_{01} больше шага триба t_{02} , т. е. $t_{01} - t_{02} > 0$. При скольжении зубьев на выходе из зацепления триб будет поворачиваться медленнее, чем при работе зубьев на прямолинейном участке N_1N_2 линии зацепления. Поэтому здесь также невозможна одновременная работа зубьев $1-1$ и $2-2$.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЬВЕНТНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА

Исходным является уравнение, связывающее величину зазора K_1K (фиг. 71) с размерами передачи и углом поворота колеса или триба. Чтобы получить это уравнение, спроектируем «четырёхзвенник» $O_1K_1KO_2O_1$ на две оси, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна линии центров. В результате получим уравнения

$$R_{e2} \cos \left(\frac{2\pi}{z_2} - \varphi_2 - \Theta_{2e} \right) + K_1K \cdot \cos X + \\ + O_1K_1 \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{z_1} - \varphi_1 + \Theta_1 \right) = A; \quad (82)$$

$$R_{e2} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{z_2} - \varphi_2 - \Theta_{2e} \right) + K_1K \cdot \sin X = \\ = O_1K_1 \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{z_1} - \varphi_1 + \Theta_1 \right), \quad (83)$$

где X — угол наклона отрезка K_1K к линии центров.

Исключив из полученных уравнений угол X и заменив $\frac{2\pi}{z_1}$ и $\frac{2\pi}{z_2}$ соответственно τ_1 и τ_2 , получим уравнение для расчета зазора K_1K

$$(K_1K)^2 = A^2 + (O_1K_1)^2 + R_{e2}^2 - 2 \cdot A \cdot O_1K_1 \cdot \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) - \\ - 2A \cdot R_{e2} \cos(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) + 2 \cdot O_1K_1 \cdot R_{e2} \times \\ \times \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}). \quad (84)$$

Радиус — вектор O_1K_1 можно определить из $\triangle O_1KC$

$$O_1K_1 = O_1K = \sqrt{A^2 + R_{e2}^2 - 2A \cdot R_{e2} \cdot \cos(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e})}. \quad (85)$$

Входящий в уравнение (84) угол φ_1 можно выразить через угол φ_2

$$\varphi_1 = \frac{(R_{01} + R_{02}) \cdot \text{inv } \alpha + R_{02} \cdot \varphi_2}{R_{01}} = \frac{(1+i) \cdot \text{inv } \alpha + \varphi_2}{i}, \quad (86)$$

где

$$\text{inv } \alpha = \Theta = \text{tg } \alpha - \alpha = \frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0} - \text{arctg } \frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0}, \quad (87)$$

где r — радиус — вектор к точке профиля, в которой определяется угол развернутости.

Для упрощения расчета углов развернутости Θ , Θ_1 и Θ_{2e} формулу (87) можно преобразовать, приняв $r = k \cdot R_0$

$$\Theta = \sqrt{k^2 - 1} - \text{arctg } \sqrt{k^2 - 1}. \quad (88)$$

В соответствии с формулой (88) можно составить таблицу значений $\Theta = f(k)$ или построить соответствующий график. Таким образом, для определения угла развернутости достаточно подсчитать отношение $k = \frac{r}{R_0}$.

Как было отмечено выше, скольжение при входе зубьев в зацепление возникнет в том случае, если зазор K_1K окажется равным нулю прежде, чем вершина зуба триба попадет на теоретическую линию зацепления. Это может произойти только при наличии погрешностей. Общим уравнением, определяющим скольжение зубьев при входе в зацепление в зависимости от различных погрешностей, является уравнение

$$K_1K + d(K_1K) = 0, \quad (89)$$

или

$$(K_1K)^2 + d(K_1K)^2 = 0. \quad (89')$$

Наибольшее влияние на появление скольжения оказывают погрешности окружных шагов колеса (Δt_1) и триба (Δt_2), и, косвенно, погрешность межцентрового расстояния (ΔA). Ограничиваясь этими погрешностями, уравнение (89') можно написать в следующем виде:

$$(K_1K)^2 + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_1} \Delta t_1 + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_2} \Delta t_2 = 0. \quad (90)$$

Частные производные, входящие в это уравнение, можно получить из уравнения (84). При дифференцировании следует учитывать зависимости размера O_1K и углов Θ_1 и φ_1 от размеров t_2 и A , представленные уравнениями (85), (86) и (87):

$$\begin{aligned} \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_1} &= \frac{2 \cdot A \cdot O_1K}{R_1} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) - \\ &- \frac{2O_1K \cdot R_{e2}}{R_1} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}); \end{aligned} \quad (91)$$

зацепления в точке K_4 . Таким образом, при наличии скольжения одновременная работа зубьев $1-1$ и $2-2$ невозможна. Линия зацепления в этом случае состоит из дуги KK_3 и прямолинейного участка K_3K_4 теоретической линии зацепления. В зависимости от величин погрешностей скольжение может начаться в любой точке дуги K_2K_3 . Так, например, оно может начаться в точке K_2 , если погрешность основного шага колеса равна нулю, а зуб 2 триба будет удален от зуба 1 на величину, соответствующую отрезку K_2K (положительная погрешность шага зубьев триба).

Скольжение на участке K_1K_4 линии зацепления (фиг. 72) будет в том случае, если шаг колеса t_{01} больше шага триба t_{02} , т. е. $t_{01} - t_{02} > 0$. При скольжении зубьев на выходе из зацепления триб будет поворачиваться медленнее, чем при работе зубьев на прямолинейном участке N_1N_2 линии зацепления. Поэтому здесь также невозможна одновременная работа зубьев $1-1$ и $2-2$.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЬВЕНТНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА

Исходным является уравнение, связывающее величину зазора K_1K (фиг. 71) с размерами передачи и углом поворота колеса или триба. Чтобы получить это уравнение, спроектируем «четырёхзвенник» $O_1K_1KO_2O_1$ на две оси, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна линии центров. В результате получим уравнения

$$R_{e2} \cos \left(\frac{2\pi}{z_2} - \varphi_2 - \Theta_{2e} \right) + K_1K \cdot \cos X + \\ + O_1K_1 \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{z_1} - \varphi_1 + \Theta_1 \right) = A; \quad (82)$$

$$R_{e2} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{z_2} - \varphi_2 - \Theta_{2e} \right) + K_1K \cdot \sin X = \\ = O_1K_1 \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{z_1} - \varphi_1 + \Theta_1 \right), \quad (83)$$

где X — угол наклона отрезка K_1K к линии центров.

Исключив из полученных уравнений угол X и заменив $\frac{2\pi}{z_1}$ и $\frac{2\pi}{z_2}$ соответственно τ_1 и τ_2 , получим уравнение для расчета зазора K_1K

$$(K_1K)^2 = A^2 + (O_1K_1)^2 + R_{e2}^2 - 2 \cdot A \cdot O_1K_1 \cdot \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) - \\ - 2A \cdot R_{e2} \cos(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) + 2 \cdot O_1K_1 \cdot R_{e2} \times \\ \times \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}). \quad (84)$$

Радиус — вектор O_1K_1 можно определить из $\triangle O_1KC$

$$O_1K_1 = O_1K = \sqrt{A^2 + R_{e2}^2 - 2A \cdot R_{e2} \cdot \cos(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e})}. \quad (85)$$

Входящий в уравнение (84) угол φ_1 можно выразить через угол φ_2

$$\varphi_1 = \frac{(R_{01} + R_{02}) \cdot \operatorname{inv} \alpha + R_{02} \cdot \varphi_2}{R_{01}} = \frac{(1 + i) \cdot \operatorname{inv} \alpha + \varphi_2}{i}, \quad (86)$$

где

$$\operatorname{inv} \alpha = \Theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0}, \quad (87)$$

где r — радиус — вектор к точке профиля, в которой определяется угол развернутости.

Для упрощения расчета углов развернутости Θ , Θ_1 и Θ_{2e} формулу (87) можно преобразовать, приняв $r = k \cdot R_0$

$$\Theta = \sqrt{k^2 - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{k^2 - 1}. \quad (88)$$

В соответствии с формулой (88) можно составить таблицу значений $\Theta = f(k)$ или построить соответствующий график. Таким образом, для определения угла развернутости достаточно подсчитать отношение $k = \frac{r}{R_0}$.

Как было отмечено выше, скольжение при входе зубьев в зацепление возникнет в том случае, если зазор K_1K окажется равным нулю прежде, чем вершина зуба триба попадет на теоретическую линию зацепления. Это может произойти только при наличии погрешностей. Общим уравнением, определяющим скольжение зубьев при входе в зацепление в зависимости от различных погрешностей, является уравнение

$$K_1K + d(K_1K) = 0, \quad (89)$$

или

$$(K_1K)^2 + d(K_1K)^2 = 0. \quad (89')$$

Наибольшее влияние на появление скольжения оказывают погрешности окружных шагов колеса (Δt_1) и триба (Δt_2) и, косвенно, погрешности межцентрового расстояния (ΔA). Ограничиваясь этими погрешностями, уравнение (89') можно написать в следующем виде:

$$(K_1K)^2 + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_1} \Delta t_1 + \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_2} \Delta t_2 = 0. \quad (90)$$

Частные производные, входящие в это уравнение, можно получить из уравнения (84). При дифференцировании следует учитывать зависимости размера O_1K и углов Θ_1 и φ_1 от размеров t_2 и A , представленные уравнениями (85), (86) и (87):

$$\begin{aligned} \frac{\partial (K_1K)^2}{\partial t_1} &= \frac{2 \cdot A \cdot O_1K}{R_1} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) - \\ &- \frac{2O_1K \cdot R_{e2}}{R_1} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}); \end{aligned} \quad (91)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (K_1 K)^2}{\partial t_2} &= -\frac{2A}{R_2} \cdot \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) \cdot \frac{\partial (O_1 K)}{\partial t_2} + \frac{2 \cdot A \cdot O_1 K}{R_2} \times \\
&\times \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) \frac{\partial \Theta_1}{\partial t_2} + \frac{2A \cdot R_{e2}}{R_2} \cdot \sin(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) + \\
&+ \frac{2R_{e2}}{R_2} \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) \cdot \frac{\partial (O_1 K)}{\partial t_2} - \\
&- \frac{2 \cdot O_1 K \cdot R_{e2}}{R_2} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) \cdot \left(1 + \frac{\partial \Theta_1}{\partial t_2}\right); \quad (92) \\
\frac{\partial (K_1 K)^2}{\partial A} &= 2A + 2O_1 K \frac{\partial (O_1 K)}{\partial A} - 2O_1 K \cdot \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) - \\
&- 2A \cdot \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) \frac{\partial (O_1 K)}{\partial A} + 2A \cdot O_1 K \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1) \times \\
&\times \frac{\partial \Theta_1}{\partial A} - 2R_{e2} \cdot \cos(\tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) + 2R_{e2} \times \\
&\times \cos(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) \frac{\partial (O_1 K)}{\partial A} - \\
&- 2O_1 K \cdot R_{e2} \cdot \sin(\tau_1 - \varphi_1 + \Theta_1 + \tau_2 - \varphi_2 - \Theta_{2e}) \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial A}. \quad (93)
\end{aligned}$$

Аналогично можно получить такие же уравнения для скольжения зубьев при выходе (см. фиг. 72).

Полученные формулы являются весьма громоздкими, в связи с чем дальнейшее исследование в общем виде является весьма сложным. Здесь, как и в часовых зацеплениях, зависимость углов входа от различных погрешностей более просто можно получить с помощью графоаналитического метода.

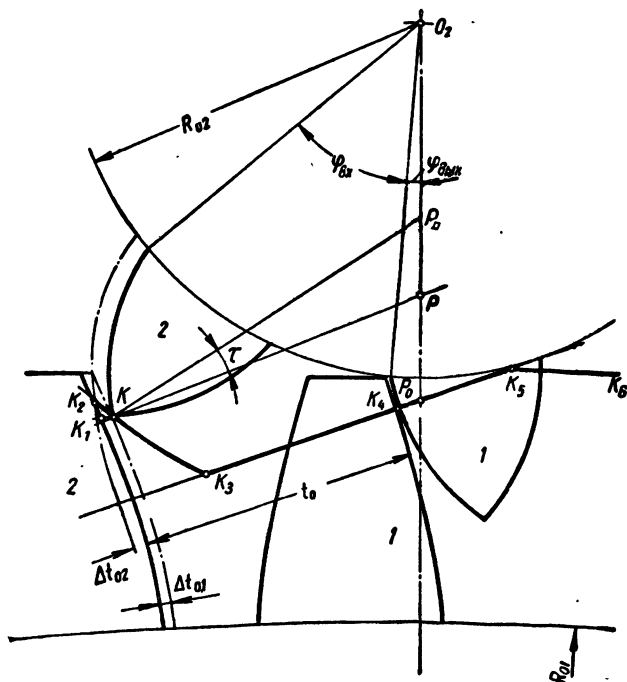
ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ РЕАЛЬНЫХ МЕЛКОМОДУЛЬНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЬВЕНТНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА

На листе чертежной бумаги с помощью специального лекала проводят в большом масштабе дугу основной окружности R_{01} колеса (фиг. 73). Затем намечают центр триба и проводят его основную окружность (R_{02}). На линии центров отмечают положение полюса зацепления P_0 . Далее проводят теоретическую линию зацепления и дуги $K_3 K_2$; $K_5 K_6$, характеризующие скольжение зубьев. Для исследований достаточно изготовить 2—3 лекала с радиусами 3000, 1500 и 1000 мм. Масштаб всего чертежа определяется радиусом лекала.

Так, например, если радиус лекала 3000 мм, то масштаб чертежа равен $M = \frac{3000}{R_{01}}$.

Определение угла входа зубьев в зацепление и угла выхода. Для нескольких положений зубьев 1—1 вычерчивают соответ-

вующие положения рабочих профилей зубьев 2—2. Для вычерчивания эвольвентных профилей можно изготовить лекала из текстолита, картона или на кальке. На фиг. 73 показано одно из положений зубчатой передачи $\frac{80}{8}$. В данном положении зубья 1—1 выйдут из зацепления, если зубья 2—2 войдут в зацепле-



Фиг. 73. Графоаналитический метод определения углов входа зубьев в зацепление при наличии погрешностей окружных шагов (передача $\frac{80}{8}$).

ние из-за погрешностей в шагах Δt_{01} или Δt_{02} . Для этого положения угол, определяющий положение зуба 1 триба относительно линии центров $\varphi_2 = -5^\circ$, а угол, определяющий положение зуба 2 триба $\varphi_{2ax} = -50^\circ$. При этом измеряются соответствующие возможные погрешности окружных шагов колеса и триба, которые в масштабе чертежа равны расстояниям между эвольвентными профилями, показанными сплошными и штриховыми линиями. Соответствующие измерения необходимо сделать и для других положений зуба 1 триба, например при $\varphi_2 = -10^\circ; -15^\circ; 0; +5^\circ$ и т. д.

Аналогичным образом производится определение погрешностей и соответствующих им углов входа и выхода при скольжении на выходе.

Результаты измерений заносятся в специальную таблицу (см. табл. 19).

Таблица 19

Погрешности окружных шагов колеса и триба передачи $\frac{80}{8}$,
приводящие к скольжению вершин зубьев

Обозначения	Скольжение при входе зубьев в зацепление		Скольжение при выходе зубьев из зацепления			
	$\varphi_{2вых}$	+10°	+5°	0	+30°	+35°
$\varphi_{2вх}$	-35° (-35°40') ¹	-40° (-43°) ¹	-45° (-50°) ¹	-15°	-10°	-5°
Δt_1 в мм ² в долях m	-1,8 -0,042	-5 -0,118	-10,5 -0,247	+0,8 +0,0188	+9 +0,212	- -
Δt_2 в мм ² в долях m	+2 +0,047	+7,5 +0,0176	+22 +0,52	-0,7 -0,0165	-4,5 -0,106	-12 -0,282

¹ Значения углов относятся к погрешностям триба.
² Погрешности окружных шагов получены при масштабе чертежа $M=614$.

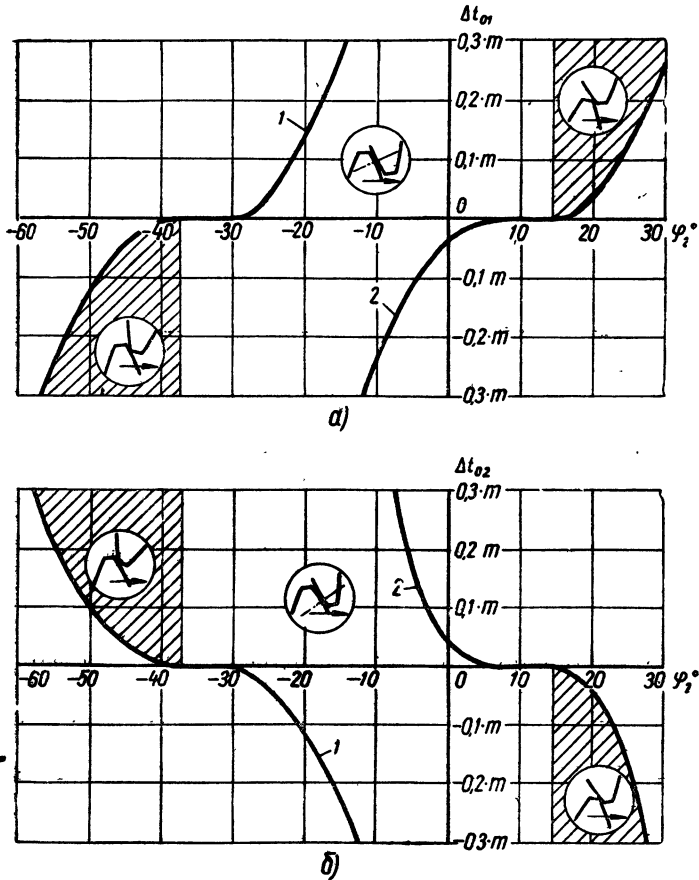
Зависимости углов входа и выхода от различных погрешностей лучше всего выявляются на фазовых диаграммах, которые можно построить для любого вида зацепления. На фиг. 74 приведены фазовые диаграммы эвольвентного зацепления, представляющие собой зависимости углов входа и выхода от погрешностей основных шагов колеса и триба. Заштрихованные участки характеризуют скольжение вершин зубьев. При помощи фазовых диаграмм очень удобно сравнивать различные виды зацеплений. На фиг. 75 представлены фазовые диаграммы для зубчатой передачи $\frac{80}{8}$ с эвольвентным профилем зуба.

Из фазовых диаграмм видно, что в зубчатых передачах с эвольвентным профилем зуба уже при незначительных погрешностях появляется скольжение или при входе зубьев в зацепление, или при выходе. Особенно вредным является скольжение при входе, так как затрудняет поворот колес и может привести к остановке часового механизма. В зубчатой передаче с часовым профилем зуба (фиг. 75, б) практически нет скольжения вершин зубьев при входе в зацепление. Кроме того, в часовом зацеплении углы входа гораздо меньше. Все это обеспечивает более легкое вращение колес. Результаты, подтверждающие сделанные выводы, были получены также и при других отношениях чисел зубьев ($\frac{75}{10}$; $\frac{80}{10}$ и др.)

Сравнив фазовые диаграммы на фиг. 76, можно видеть, что и

при значениях $\Delta A \neq 0$ - углы входа у эвольвентного зацепления больше, чем у часового.

Совместное влияние погрешностей шагов колеса и триба на углы входа и выхода для эвольвентного и часового зацеплений пред-



Фиг. 74. Фазовые диаграммы эвольвентного зацепления — зависимости углов входа и выхода от погрешностей основных шагов колеса и триба при $\Delta A = 0$:

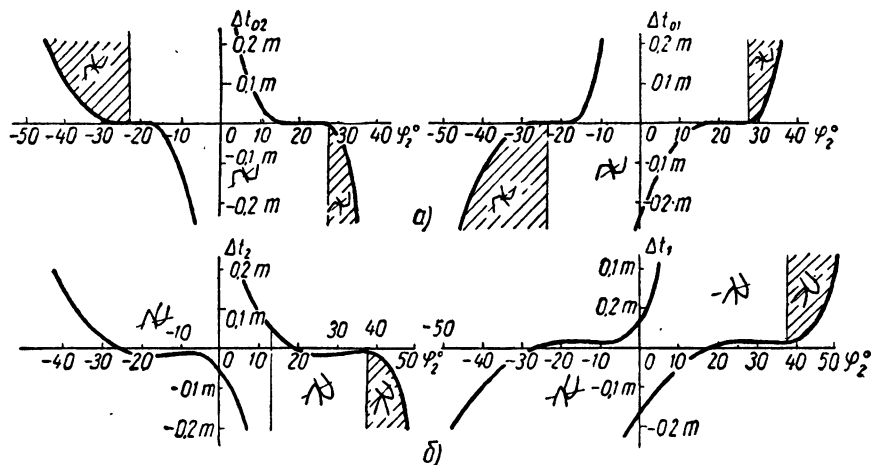
а — для колеса; б — для триба; 1 — кривые углов входа зубьев в зацепление; 2 — кривые углов выхода зубьев из зацепления.

ставлено на фиг. 77. Сложный характер кривых показывает, насколько трудным было бы их определение аналитическим методом.

Определение передаточных отношений. Здесь, как и в часовом зацеплении, следует различать передаточное отношение i угловых

скоростей и передаточное отношение моментов вращения с учетом трения скольжения профилей.

Передаточные отношения i и i_M при графоаналитическом исследовании проще всего определять описанным в гл. II способом —



Фиг. 75. Фазовые диаграммы углов входа и выхода в зависимости от погрешностей окружающих шагов для передачи $\frac{80}{8}$:

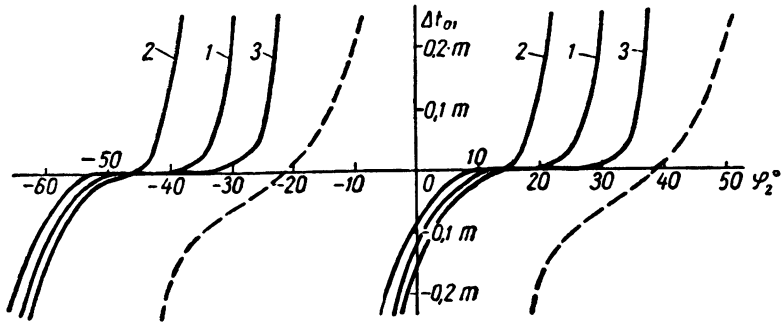
а — эвольвентное зацепление, рассчитанное Гиттингером; б — зацепление с часовым профилем зуба.

по мгновенным положениям полюса зацепления на линии центров, соответствующим определенным положениям находящихся в зацеплении зубьев. В эвольвентной передаче на участке скольжения вершин зубьев кинематический полюс зацепления P смещается относительно своего номинального положения P_0 . Динамический полюс зацепления, представляющий собой точку пересечения равнодействующей нормальной силы и силы трения в точке касания профилей с линией центров (точка P_D на фиг. 73), не сохраняет постоянного положения на линии центров. В связи с этим будут изменяться и соответствующие передаточные отношения i и i_M .

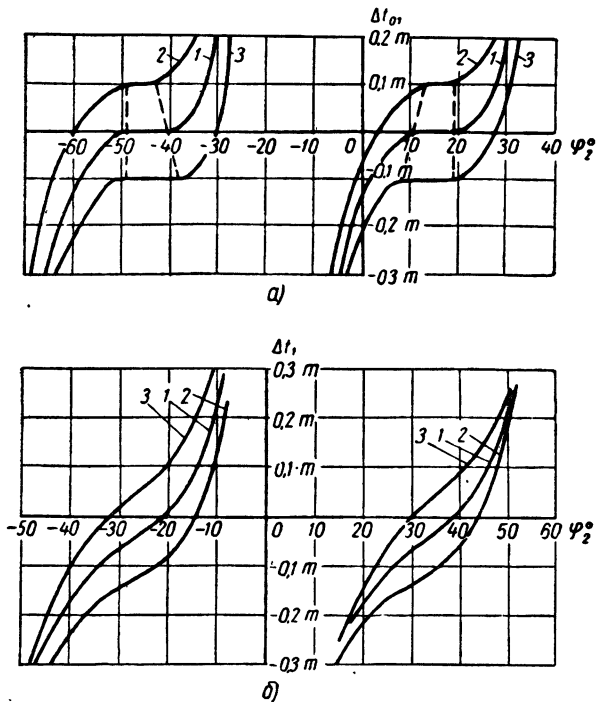
При определении передаточных отношений для любого положения зубьев необходимо провести нормаль в точке их касания и прямую под углом трения τ до пересечения их с линией центров в точках P и P_D (см. фиг. 73). После этого измерить отрезки O_2P и O_2P_D . Тогда мгновенные передаточные отношения подсчитываются по следующим формулам:

$$i = \frac{O_1P}{O_2P} = \frac{A - O_2P}{O_2P} = \frac{A}{O_2P} - 1;$$

$$i_M = \frac{O_2P_D}{O_1P_D} = \frac{O_2P_D}{A - O_2P_D}.$$

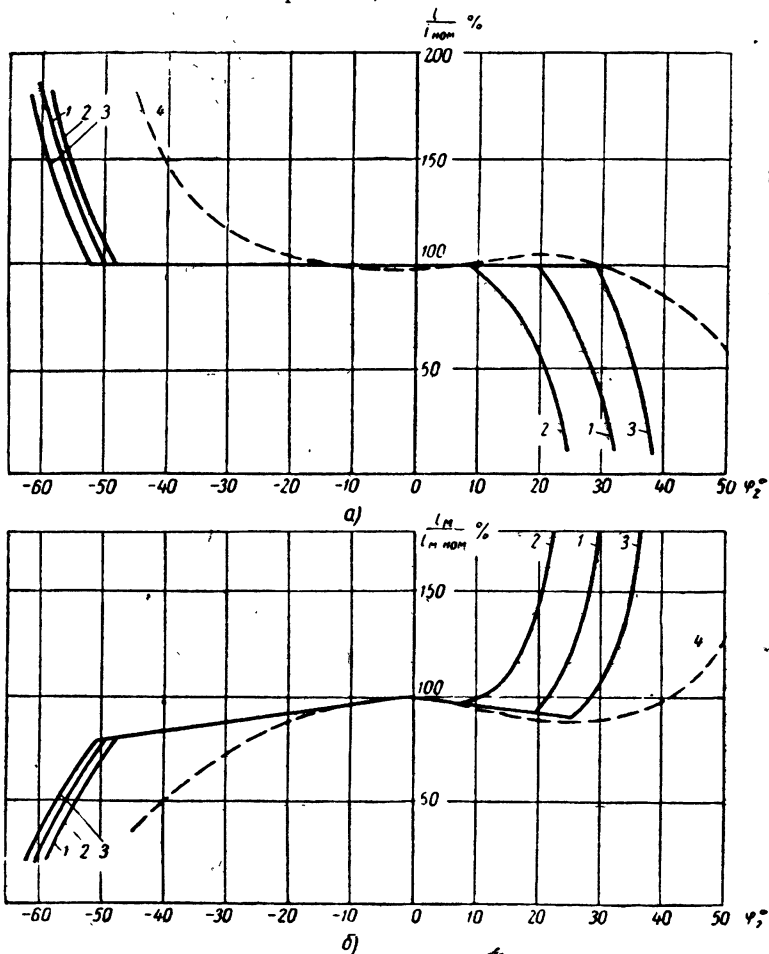


Фиг. 76. Фазовые диаграммы зубчатой передачи $\frac{30}{6}$: сплошные линии — для эвольвентного зацепления, штриховые линии — для зацепления с часовым профилем зуба (при $\Delta A = 0$):
 1 — при $\Delta A = 0$; 2 — при $\Delta A = +0,3$ м; 3 — при $\Delta A = -0,3$ м.



Фиг. 77. Фазовые диаграммы зубчатой передачи $\frac{30}{6}$:
 а — для эвольвентного зацепления; б — для часового зацепления; 1 — при $\Delta t_{02} = 0$; 2 — при $\Delta t_{02} = +0,1$ м; 3 — при $\Delta t_{02} = -0,1$ м.

В этих формулах A — межцентровое расстояние, взятое в масштабе чертежа. Подсчитав передаточные отношения для нескольких положений зубьев, можно построить кривые изменения передаточных отношений. На фиг. 78, *a* сплошными линиями показаны



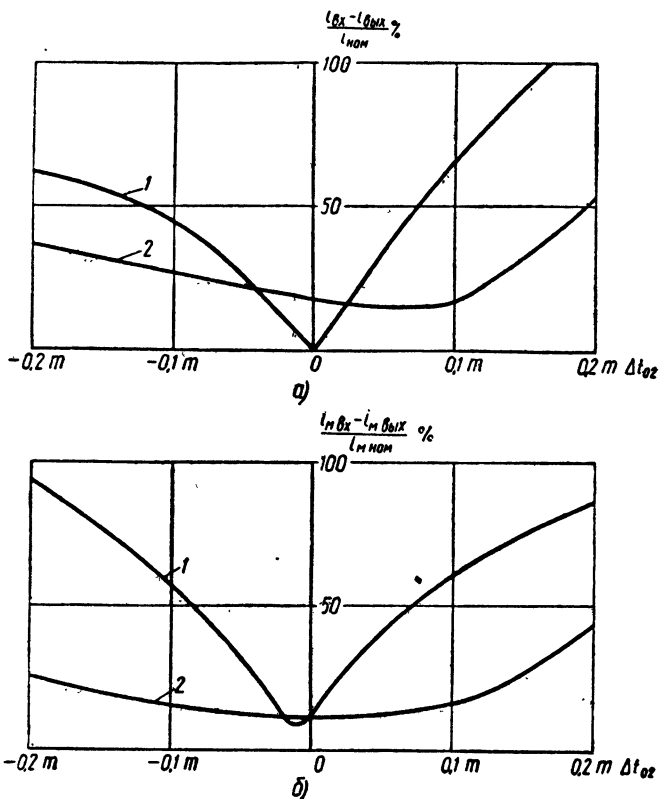
Фиг. 78. Зависимости передаточных отношений от погрешностей межцентрового расстояния передачи $\frac{30}{6}$:

a — изменения передаточного отношения угловых скоростей; *б* — изменения передаточного отношения моментов вращения; 1 — при $\Delta A = 0$; 2 — при $\Delta A = +0,3 m$; 3 — при $\Delta A = -0,3 m$.

кривые изменения передаточного отношения угловых скоростей зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ при различных значениях погрешности межцентрового расстояния. Штриховая линия показывает изменение

передаточного отношения той же передачи с часовым профилем зубьев. На фиг. 78, б для тех же зацеплений показаны кривые изменения передаточных отношений моментов вращения i_M .

Изменение передаточных отношений происходит непрерывно в период зацепления пары зубьев и прерывисто — скачком — в мо-

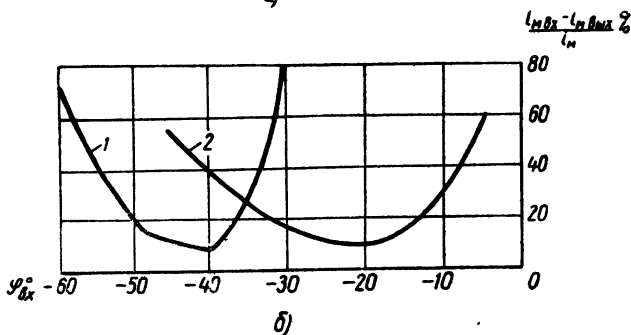
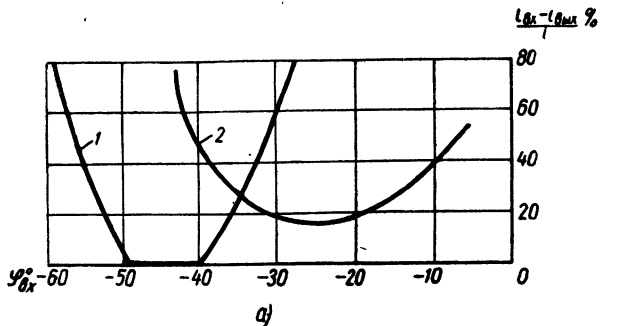


Фиг. 79. Мгновенные изменения передаточных отношений при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую:

а — передаточные отношения угловых скоростей; б — передаточные отношения моментов вращения; 1 — для эвольвентного зацепления; 2 — для часового зацепления.

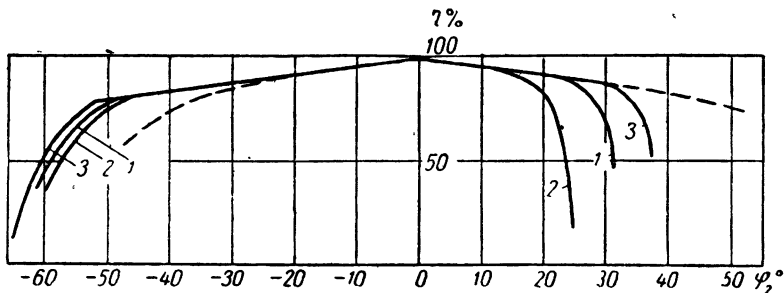
мент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую. Эти изменения приводят к циклическим погрешностям.

Прерывистое изменение передаточных отношений нарушает плавность передачи. Величина мгновенного изменения передаточного отношения ($\Delta i = i_{\text{вх}} - i_{\text{вых}}$) зависит от величины погрешности и может быть определена по кривым передаточных отношений с учетом фазовых диаграмм. По фазовым диаграммам определяются углы входа и выхода, соответствующие данной величине



Фиг. 80. Кривые мгновенных изменений передаточных отношений (при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую) в зависимости от углов входа зубьев в зацепление:

a — передаточные отношения угловых скоростей; *б* — передаточные отношения моментов вращения; 1 — для эвольвентного зацепления; 2 — для часового зацепления.



Фиг. 81. Зависимость мгновенного к. п. д. передачи $\frac{30}{6}$ от угла поворота гребня:

1 — при $\Delta A = 0$; 2 — при $\Delta A = +0.3$ м; 3 — при $\Delta A = -0.3$ м.

погрешности, а по кривой передаточного отношения—соответствующие значения i_{ax} и $i_{вых}$ (фиг. 78, а) или i_{max} и $i_{вых}$ (фиг. 78, б).

На фиг. 79 изображены мгновенные изменения передаточных отношений Δi и Δi_M зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ в зависимости от погрешностей окружных шагов. По фигуре видно, что при очень малых величинах погрешности окружных шагов порядка 0,02—0,04 *m* (при *m* = 0,1 мм погрешность равна 2—4 мк)¹ эвольвентное зацепление более плавно, чем часовое.

Для построения зависимости мгновенных изменений передаточных отношений от углов входа зубьев в зацепление для каждого интервала работы зубьев, равного шагу триба или колеса, по фиг. 78 определяют разность начального и конечного передаточных отношений. Полученные таким образом кривые представлены на фиг. 80. Графики показывают, что изменение передаточных отношений часового зацепления происходит более плавно, чем эвольвентного. Этот вывод подтверждается также результатами исследования зубчатых передач $\frac{80}{8}$; $\frac{80}{10}$; $\frac{75}{10}$ и др. и поэтому его можно считать общим. На фиг. 81 приведены графики изменения к. п. д. η рассматриваемой зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ (сплошные линии — для эвольвентного зацепления, штриховая — для часового), полученные перемножением соответствующих передаточных отношений i и i_M (см. гл. II). Кривые показывают, что скольжение вершин зубьев приводит к значительному уменьшению к. п. д. эвольвентной зубчатой передачи.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ МЕЛКОМОДУЛЬНОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ФЛАНКИРОВАННЫМ ЗУБОМ

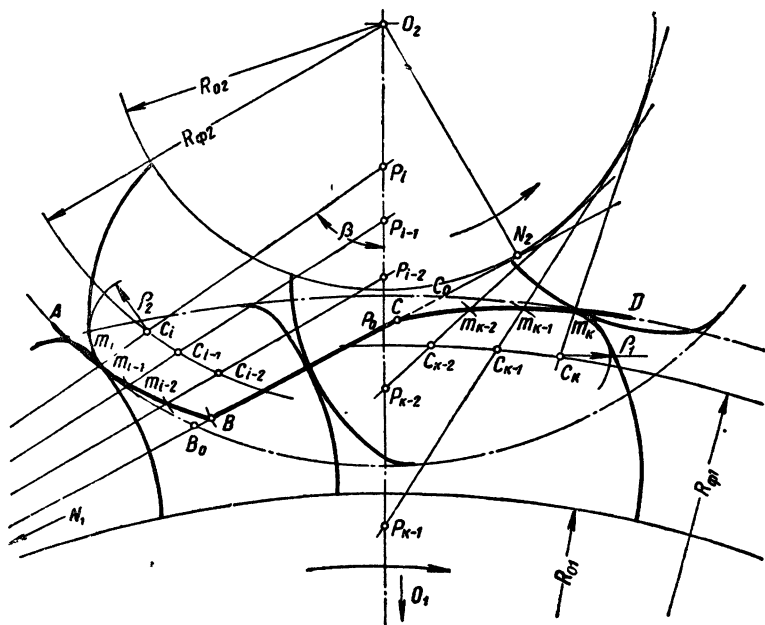
Фланкирование состоит в скруглении вершин зубьев дугами окружностей или эвольвент. В машиностроении фланкирование применяется для уменьшения ударов при входе зубьев в зацепление. С этой же целью оно может быть применено и в приборостроении. Фланкирование зубьев ведомых колес (трибов) в часовых передачах с эвольвентным профилем зуба может уменьшить, кроме того, углы входа зубьев в зацепление.

Аналитическое исследование таких зубчатых зацеплений чрезвычайно сложно, поэтому и здесь целесообразнее применить графоаналитический метод. Исследование начинают с построения линии зацепления. Вся линия зацепления состоит из трех участков (фиг. 82):

начального *AB*, соответствующего скольжению эвольвентного участка зуба ведущего колеса по фланкированному участку зуба ведомого колеса (триба);

¹ В действительности погрешности окружных шагов составляют 5—10 мк.

среднего BC , соответствующего касанию зубьев эвольвентными участками и конечного CD , соответствующего скольжению фланкированного участка зуба ведущего колеса по эвольвентному участку зуба ведомого колеса.



Фиг. 82. Определение линии зацепления для фланкированных участков зубьев.

Новым в методе исследования фланкированных передач является определение линии зацепления, соответствующей работе фланкированного участка зуба. Наиболее простым в этом методе является построение конечного участка линии зацепления. Для этого на фигуре, помимо дуг основных окружностей колеса R_{01} и триба R_{02} , проводится дуга окружности $R_{\phi 1}$ — траектория центра C_k дуги фланкированной головки зуба колеса. Каждая точка этого участка линии зацепления лежит на касательной к основной окружности триба, проведенной из центра дуги фланкированной головки. Эта касательная является общей нормалью к профилям в точке их касания m_k . Для построения данного участка линии зацепления необходимо провести несколько касательных к основной окружности триба и отметить точки C_k, C_{k-1} и т. д. пересечения с окружностью радиуса $R_{\phi 1}$. Затем из этих точек радиусом дуги фланка ρ_1 в масштабе чертежа отмечают точки m_k, m_{k-1}, m_{k-2} и т. д. линии зацепления. Соединив эти точки плавной кривой, получают конечный участок линии зацепления CD .

Несколько сложнее построить начальный участок AB линии зацепления. Нормали к профилям в точках их касания являются в данном случае касательными к основной окружности колеса. Провести эти касательные очень трудно, так как на чертеже умещается лишь небольшой участок дуги основной окружности колеса. Помимо этого, из-за малой кривизны данной окружности графическое определение точек касания будет неточным. Поэтому проще и точнее рассчитать положения касательных, предварительно задавшись рядом мгновенных значений полюсов зацепления P_i ; P_{i-1} ; P_{i-2} и т. д. Угол наклона касательной, проходящей через точку P_i , к линии центров O_1O_2 можно определить по формуле $\sin \beta_i = \frac{R_{01}}{O_1P_i}$.

Таблица 20

Углы наклона касательных к основной окружности колеса для зубчатой передачи 64/8

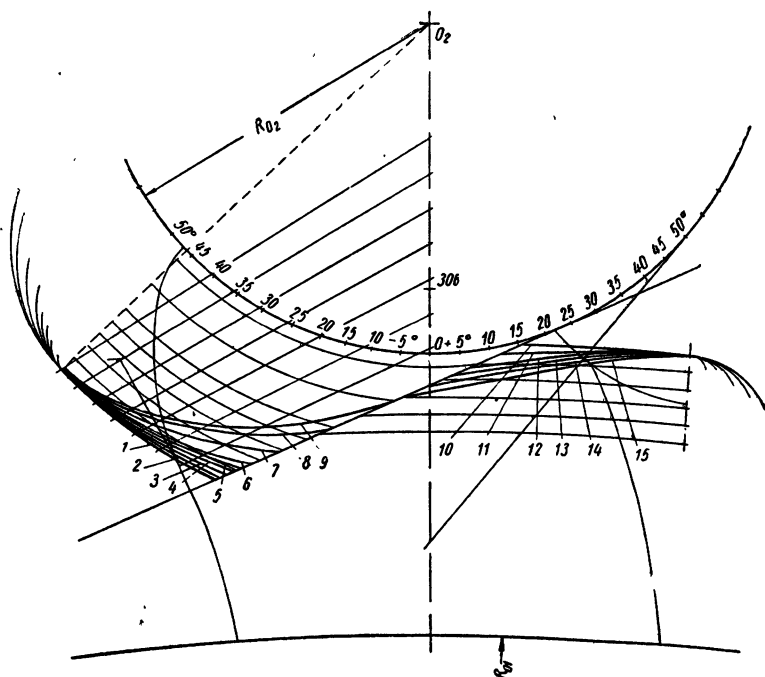
O_1P_i	$\sin \beta$	β	$\operatorname{tg} \beta$	O_1P_i	$\sin \beta$	β	$\operatorname{tg} \beta$
3279	0,9147628	66°10'20"	2,264330	3520	0,852273	58°27'35"	1,629280
3320	0,903614	64°38'35"	2,10955	3560	0,842697	57°25'35"	1,565246
3360	0,892857	63°14'15"	1,982650	3600	0,830556	56° 9'20"	1,491278
3400	0,882353	61°55'40"	1,875021	3640	0,824176	55°30'20"	1,455311
3440	0,872093	60°42'10"	1,782181	3680	0,815217	54°36'30"	1,407570
3480	0,862069	59°33'	1,701056	3720	0,806452	53°45'	1,363828

В табл. 20 приведены углы наклона касательных для зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ и значения $\operatorname{tg} \beta$, по которым проще всего провести эти касательные на чертеже.

После проведения касательных отмечают точки их пересечения C_i ; C_{i-1} ; C_{i-2} и т. д. с окружностью радиуса $R_{\Phi 2}$, определяющей положения центра дуги фланка зуба ведомого колеса (см. фигуру). Из точек C_i ; C_{i-1} ; C_{i-2} и т. д. радиусом дуги фланка ρ_2 , взятом в масштабе чертежа, отмечают на касательных — нормалях к профилям — точки m_i ; m_{i-1} ; m_{i-2} и т. д., принадлежащие линии зацепления. Соединив эти точки плавной кривой, получают начальный участок AB линии зацепления.

На фиг. 83 проведено графоаналитическое исследование мелко-модульной эвольвентной зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ с фланкированными зубьями. Линии зацепления построены для разных значений радиуса дуги фланка описанным способом. Так, линии зацепления с первой по девятую соответствуют значениям ρ_2 от 0 до 1,95 m , линии зацепления с 10-й по 15-ю — значениям ρ_1 от 0 до 1,0 m . Из фигуры видно, что с увеличением радиуса дуги фланкирования сокращается прямолинейный участок линии зацепления, соответствующий касанию зубьев эвольвентными участками.

К скольжению вершин зубьев приводят главным образом погрешности основных шагов колеса (Δt_{01}) и триба (Δt_{02}). Зависимость углов входа зубьев в зацепление и углов выхода от этих



Фиг. 83. Графоаналитическое исследование мелко модульной эвольвентной зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ с фланкированными зубьями.

погрешностей определяется, как показано ранее. Последовательные положения профилей зубьев проще всего получить при помощи выполненных на кальке шаблонов (фиг. 84).

В табл. 21 приведены числовые значения углов входа и соответствующие им величины погрешности основного шага колеса для передачи $\frac{64}{8}$ при различных значениях радиуса ρ_1 ($\rho_2 = 0$)

В табл. 22 приведены значения тех же углов, но для различных значений радиуса ρ_2 ($\rho_1 = 0$).

На фиг. 86, 87 и 88 представлены фазовые диаграммы, иллюстрирующие изменения углов входа зубьев в зацепление при различных значениях радиусов ρ_1 и ρ_2 и погрешностей окружных шагов колеса и триба (Δt_{01} и Δt_{02}). Из фиг. 85 ($r_2 = 0$) видно, что при значительном увеличении радиусов фланкирования ρ_1 (кривые 5 и 6) касание зубьев эвольвентными участками сокращается на-

Углы входа $\varphi_{2\delta x}$ зубьев в зацепление для зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ при $\rho_2 = 0$

Δt_{01}	Углы входа $\varphi_{2\delta x}$ при ρ_1					
	0	0,2 m	0,4 m	0,6 m	0,8 m	1,0 m
+ 0,15 m	-19°30'	-20°25'	-21°20'	-22°20'	-23°10'	-24°20'
+ 0,10 m	-20°20'	-21°15'	-22°15'	-23°20'	-24°25'	-31°10'
+ 0,05 m	-20°50'	-22°20'	-23°15'	-24°50'	-31°5'	-33°20'
+ 0,021 m	—	-23°20'	-24°20'	-31°	-32°30'	-35°
+ 0,01 m	—	-24°20'	-30°40'	-32°	-34°30'	-41°30'
0,00	—	—	—	-34°10'	-43°40'	-42°30'
- 0,01 m	—	—	—	-41°10'	-43°40'	-43°
- 0,025 m	—	—	—	—	-43°40'	-43°50'
- 0,05 m	—	—	—	—	—	-44°30'

Таблица 22

Углы входа $\varphi_{2\delta x}$ зубьев в зацепление для зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ при $\rho_1 = 0$

Δt_{01}	Углы входа $\varphi_{2\delta x}$ при ρ_2							
	0	0,2 m	0,4 m	0,6 m	0,8 m	1,0 m	1,42 m	1,8 m
+0,10 m	—	-20°50'	—	—	-20°	—	—	-20°
+0,05 m	—	-21°30'	—	—	-20°40'	—	—	-20°35'
+0,025 m	—	-22°05'	—	—	-21°	—	—	-21°5'
+0,01 m	—	-24°35'	—	—	-21°45'	—	—	-21°30'
0,00	—	-40°40'	—	—	-23°	—	—	-22°
-0,005 m	-41°30'	-40°45'	-40°	-34°35'	-34°10'	-33°10'	-30°25'	-22°15'
-0,01 m	-41°50'	-41°10'	-40°30'	-40°15'	-34°50'	-33°45'	-30°55'	-22°25'
-0,025 m	-42°45'	-41°15'	-41°45'	-41°35'	-41°	-40°	-32°30'	-23°30'
-0,05 m	-44°10'	-41°20'	-43°05'	-42°40'	-42°15'	-41°20'	-34°20'	-31°15'
-0,1 m	-50°	-41°30'	-50°	-44°35'	-44°10'	-43°20'	-40°40'	-34°15'
-0,15 m	-51°50'	-41°35'	-51°30'	-51°	-50°35'	-50°	-43°30'	-41°10'

столько, что даже при $\Delta t_{01} = \Delta t_{02}$ коэффициент перекрытия ε равен единице.

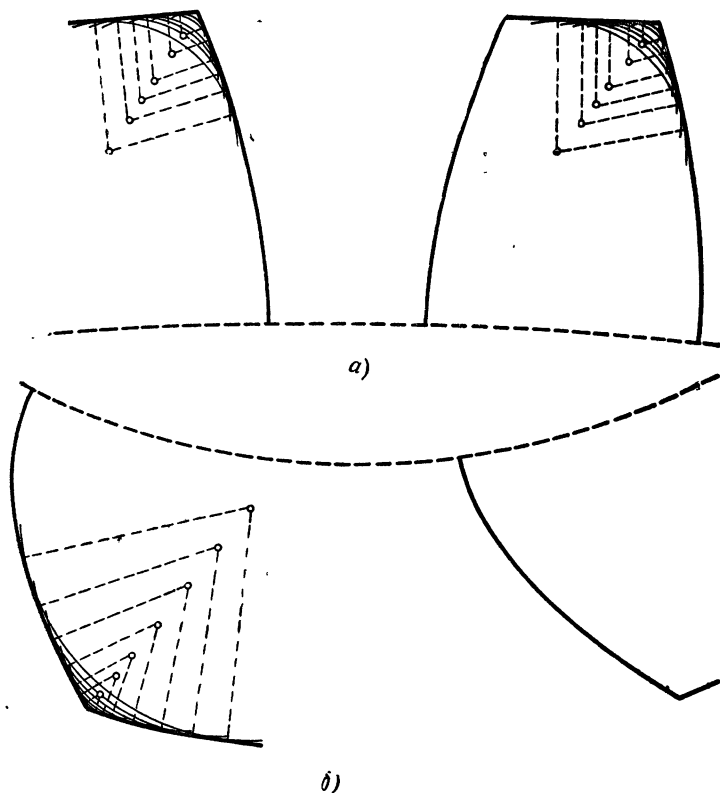
Аналогичное явление наблюдается и при увеличении радиуса ρ_2 (фиг. 87 и 88). Увеличение радиуса ρ_1 приводит также к увеличению угла входа зубьев в зацепление, что ухудшает работу зубчатой передачи (см. фиг. 85 и 86).

Обратное влияние на величину угла входа оказывает увеличение радиуса ρ_2 , что подтверждается фазовыми диаграммами на фиг. 87 ($\rho_1 = 0$). Для наглядности на фиг. 89 и 90 представлены графики, непосредственно показывающие влияние радиусов закруглений зубьев на угол входа при различных значениях погрешностей основных шагов колеса и триба.

Таким образом, с помощью фазовых диаграмм легко не только оценить качество зубчатого зацепления, но и определить необходи-

мые количественные соотношения между отклонениями линейных размеров зубчатой передачи и угловыми интервалами работы зубьев.

Определение передаточных отношений производится ранее описанным способом и пояснений не требует. Изменение передаточ-

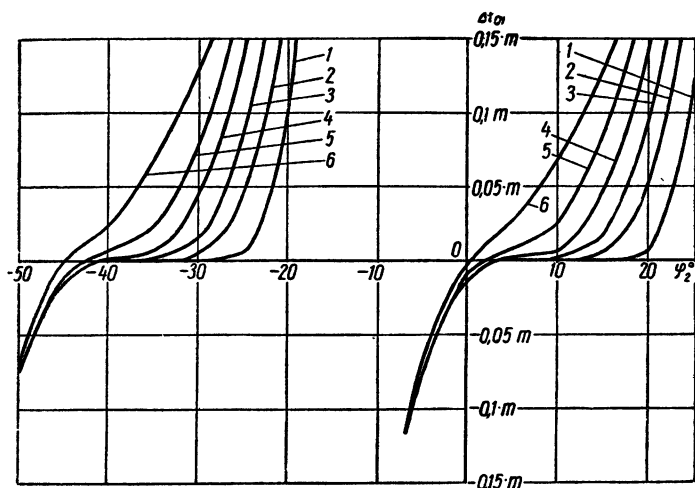


Фиг. 84. Шаблоны для графоаналитического исследования эвольвентной зубчатой передачи с фланкированными зубьями:

a — профиль зуба колеса; *б* — профиль зуба триба.

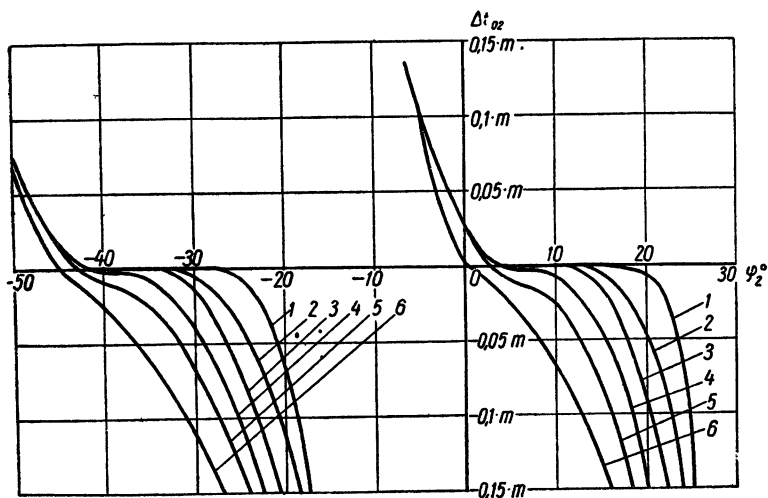
ных отношений угловых скоростей i и моментов вращения i_M зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ в зависимости от радиуса ρ_2 показано на фиг. 91 ($\rho_1 = 0$). Из фигуры видно, что при значительном увеличении радиуса ρ_2 (кривая 9) изменение передаточных отношений i и i_M эвольвентного зацепления происходит по тому же закону, что и часового (штриховая и штрих-пунктирная линии).

Влияние величины радиуса ρ_1 на изменение передаточных отношений i и i_M показано на фиг. 92 и 93 ($\rho_2 = 0$). Из графиков видно, что с увеличением радиуса дуги фланкирования кривые



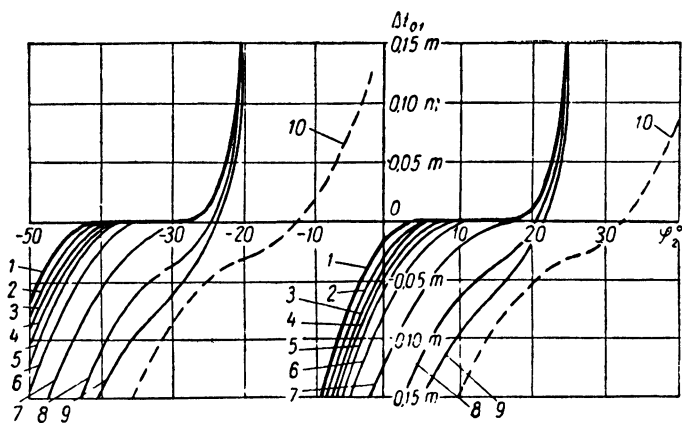
Фиг. 85. Фазовые диаграммы часовой зубчатой передачи в зависимости от погрешности Δt_{01} основного шага колеса при различных величинах радиуса ρ_1 :

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_1 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_1 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_1 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_1 = 1,0 \text{ m}$.



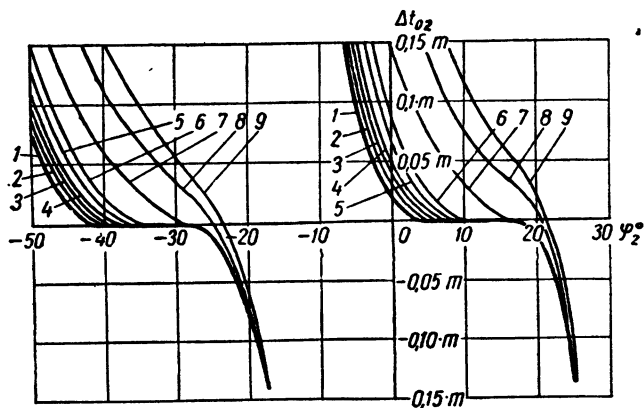
Фиг. 86. Фазовые диаграммы часовой зубчатой передачи в зависимости от погрешности Δt_{02} основного шага триба при различных величинах радиуса ρ_1 :

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_1 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_1 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_1 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_1 = 1,0 \text{ m}$.



Фиг. 87. Фазовые диаграммы часовой зубчатой передачи в зависимости от погрешности Δt_{01} основного шага колеса при различных величинах радиуса ρ_2 :

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_2 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_2 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_2 = 1,0 \text{ m}$; 7 — $\rho_2 = 1,42 \text{ m}$; 8 — $\rho_2 = 1,8 \text{ m}$; 9 — $\rho_2 = 1,95 \text{ m}$; 10 — часовое зацепление.



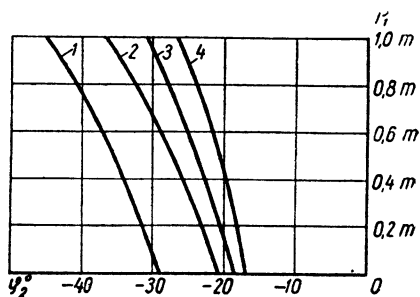
Фиг. 88. Фазовые диаграммы часовой зубчатой передачи в зависимости от погрешности Δt_{02} основного шага гребня при различных величинах радиуса ρ_2 :

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_2 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_2 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_2 = 1,0 \text{ m}$; 7 — $\rho_2 = 1,42 \text{ m}$; 8 — $\rho_2 = 1,8 \text{ m}$; 9 — $\rho_2 = 1,95 \text{ m}$.

располагаются более полого. Это, естественно, снижает величину циклической погрешности.

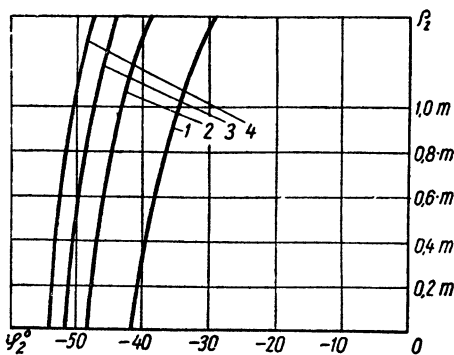
На фиг. 94, 95, 96 и 97 даны кривые мгновенных изменений передаточных отношений при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую. Нетрудно видеть, что увеличение радиуса фланкирования уменьшает величину перепада передаточного отношения при одних и тех же значениях погрешности основного шага. По этим графикам можно установить предельные значения погрешности основных шагов, если известны допустимые колебания передаточных отношений или предельные значения циклических погрешностей.

Более наглядную зависимость передаточных отношений от величин радиусов фланкирования дают фиг. 98, 99, 100 и 101. По ним легко определить характер работы зубчатого зацепления. Так, например, из фиг. 98 видно, что



Фиг. 89. Влияние радиусов дуг головок зубьев колеса на угол входа в зацепление при различных величинах погрешностей Δt_{02} основных шагов триба:

1 — $\Delta t_{02} = 0$; 2 — $\Delta t_{02} = -0,05 \text{ m}$; 3 — $\Delta t_{02} = -0,1 \text{ m}$; 4 — $\Delta t_{02} = -0,15 \text{ m}$.

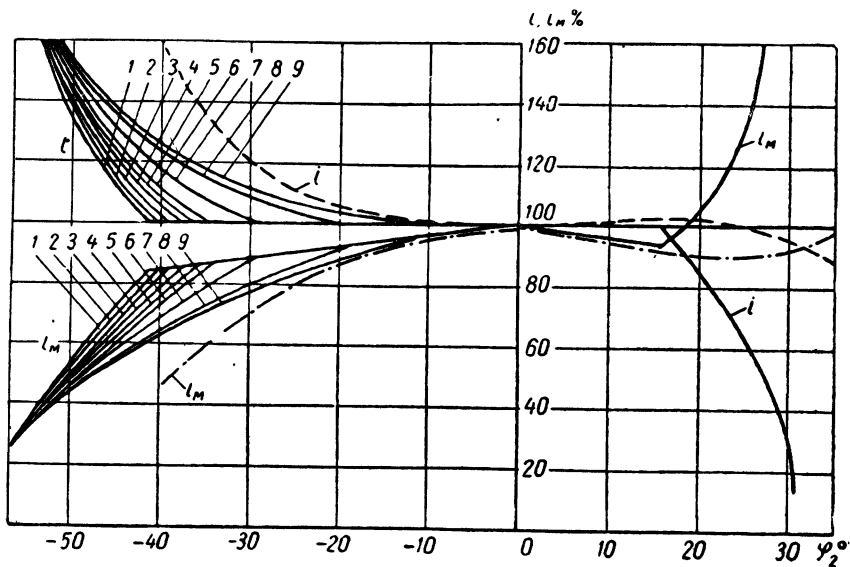


Фиг. 90. Влияние радиусов дуг головок зубьев триба на угол входа зубьев в зацепление при различных величинах погрешностей Δt_{01} основных шагов колеса:

1 — $\Delta t_{01} = 0$; 2 — $\Delta t_{01} = -0,05 \text{ m}$; 3 — $\Delta t_{01} = -0,1 \text{ m}$; 4 — $\Delta t_{01} = 0,2 \text{ m}$.

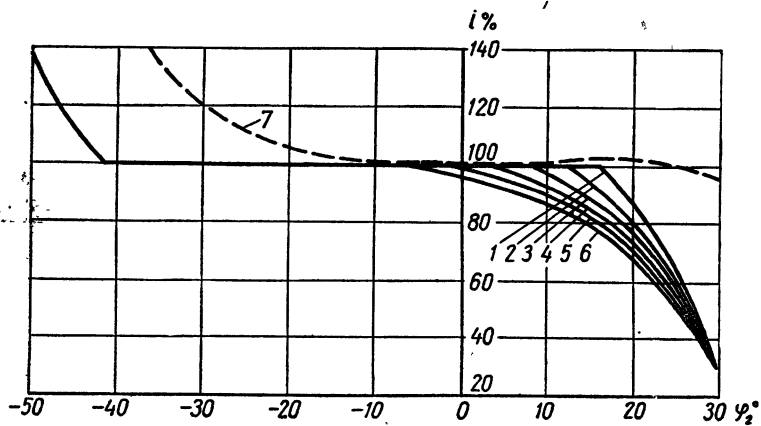
для идеального случая при $\Delta t_{01} = 0$ (кривая 1) увеличение радиуса ρ_1 до значения $0,6m$ не влияет на величину перепада передаточного отношения угловых скоростей; на этом отрезке происходит лишь уменьшение участка касания эвольвентных профилей зубьев, т. е. уменьшение коэффициента перекрытия. При $\rho_1 = 0,6m$ коэффициент перекрытия становится равным единице. Дальнейшее увеличение радиуса ρ_1 приводит к увеличению перепада передаточного отношения. Этот вывод можно сделать также, рассматривая влияние величины радиуса фланкирования

ρ_2 на перепад передаточного отношения угловых скоростей Δi (фиг. 99). В реальных условиях, при наличии погрешности окружных шагов увеличение радиуса фланкирования зубьев как ведущего, так и ведомого колес до определенной величины приводит к уменьшению перепада передаточного отношения, т. е. к уменьшению циклических погрешностей. На основании таких графиков



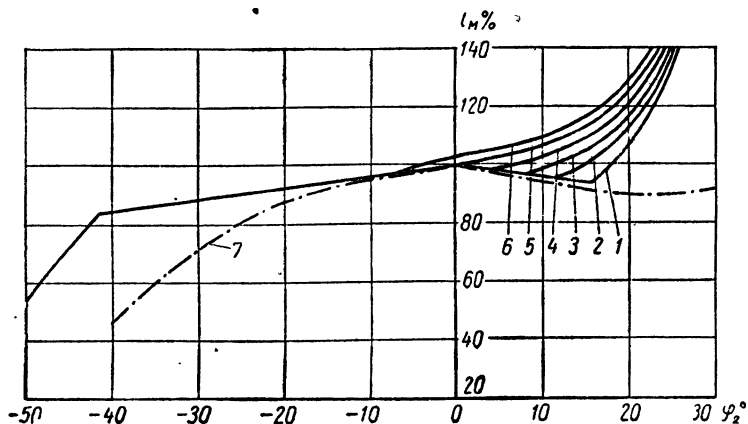
Фиг. 91. Изменения передаточных отношений угловых скоростей i и моментов вращения i_M в зависимости от угла поворота триба при различных значениях радиуса ρ_2 головки зуба триба:

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_2 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_2 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_2 = 1,0 \text{ m}$; 7 — $\rho_2 = 1,42 \text{ m}$; 8 — $\rho_2 = 1,8 \text{ m}$; 9 — $\rho_2 = 1,95 \text{ m}$.



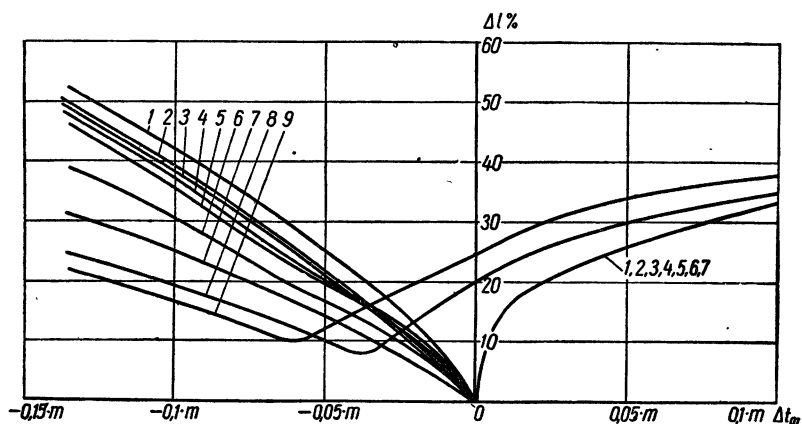
Фиг. 92. Изменения передаточных отношений угловых скоростей в зависимости от угла поворота триба при различных значениях радиуса ρ_1 :

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_1 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_1 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_1 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_1 = 1,0 \text{ m}$; 7 — для часового зацепления.



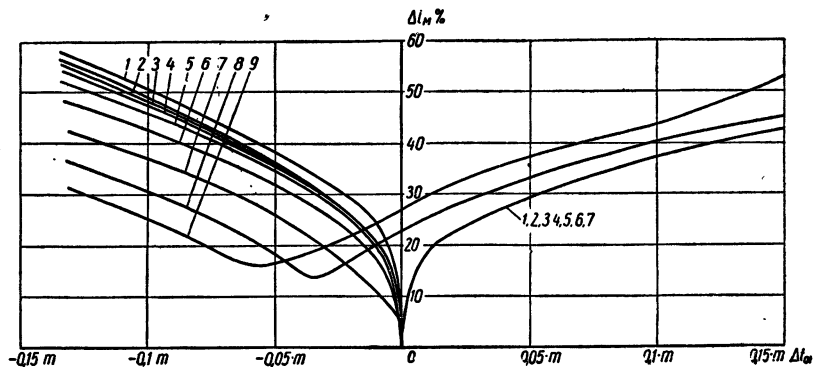
Фиг. 93. Изменение передаточного отношения моментов вращения i_M в зависимости от угла поворота триба при различных значениях радиуса ρ_1 :

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_1 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_1 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_1 = 0,8 \text{ m}$;
6 — $\rho_1 = 1,0 \text{ m}$; 7 — для часового зацепления.



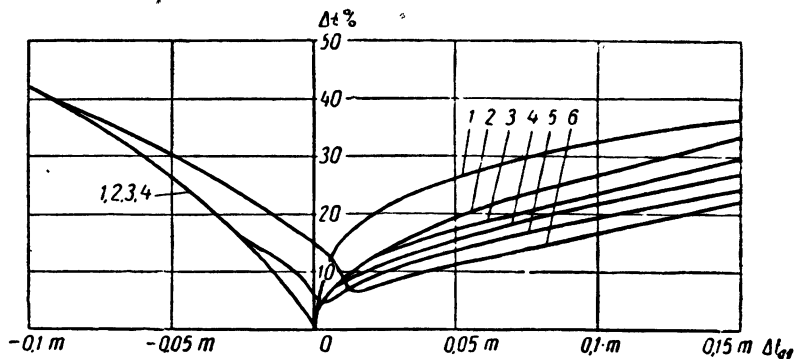
Фиг. 94. Изменение передаточного отношения угловых скоростей, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от погрешности шага колеса при различных радиусах головки зуба триба:

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_2 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_2 = 0,8 \text{ m}$; 6 — $\rho_2 = 1,0 \text{ m}$;
7 — $\rho_2 = 1,42 \text{ m}$; 8 — $\rho_2 = 1,8 \text{ m}$; 9 — $\rho_2 = 1,95 \text{ m}$.



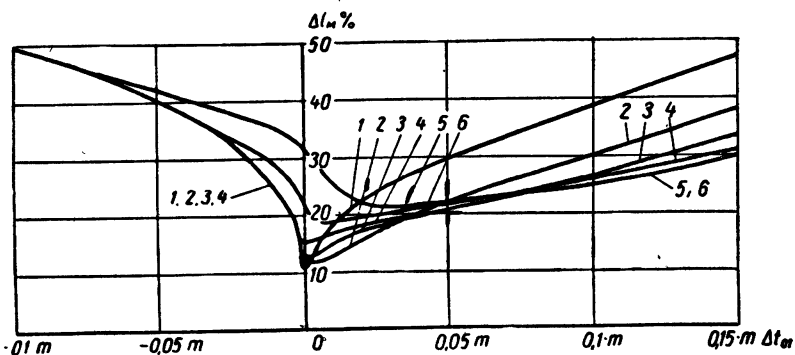
Фиг. 95. Изменение передаточного отношения моментов вращения, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от погрешности шага колеса при различных радиусах головки зуба триба:

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 m$; 3 — $\rho_2 = 0,4 m$; 4 — $\rho_2 = 0,6 m$; 5 — $\rho_2 = 0,8 m$; 6 — $\rho_2 = 1,0 m$; 7 — $\rho_2 = 1,42 m$; 8 — $\rho_2 = 1,8 m$; 9 — $\rho_2 = 1,95 m$.



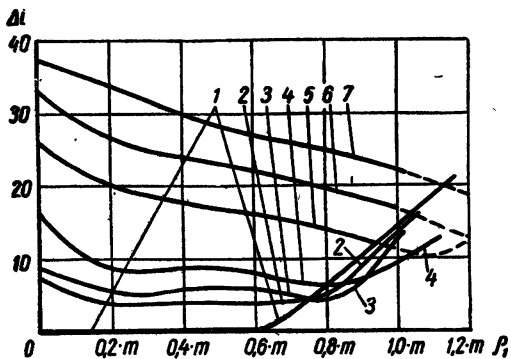
Фиг. 96. Изменение передаточного отношения угловых скоростей, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от погрешности шага колеса при различных радиусах дуг головок зубьев колеса:

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 m$; 3 — $\rho_1 = 0,4 m$; 4 — $\rho_1 = 0,6 m$; 5 — $\rho_1 = 0,8 m$; 6 — $\rho_1 = 1,0 m$.



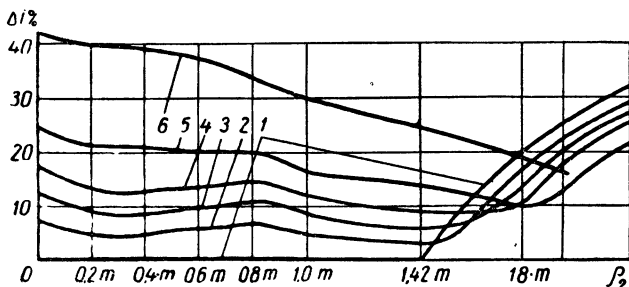
Фиг. 97. Изменение передаточного отношения моментов вращения, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от погрешности шага колеса при различных радиусах дуг головок зубьев колеса:

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 m$; 3 — $\rho_1 = 0,4 m$; 4 — $\rho_1 = 0,6 m$; 5 — $\rho_1 = 0,8 m$; 6 — $\rho_1 = 1,0 m$.



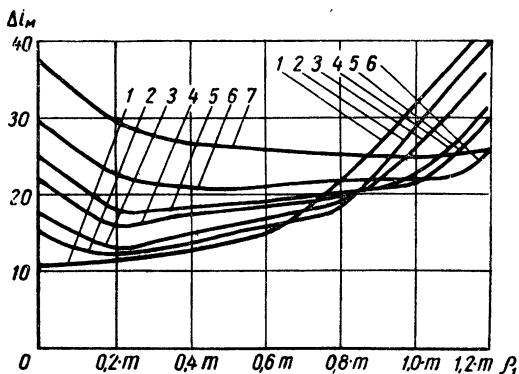
Фиг. 98. Изменение передаточного отношения угловых скоростей, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от радиуса дуги головки зуба колеса при различных величинах погрешностей шага колеса:

1 — $\Delta t_{01} = 0$; 2 — $\Delta t_{01} = 0,005 m$; 3 — $\Delta t_{01} = 0,01 m$; 4 — $\Delta t_{01} = 0,025 m$; 5 — $\Delta t_{01} = 0,05 m$; 6 — $\Delta t_{01} = 0,1 m$; 7 — $\Delta t_{01} = 0,15 m$.



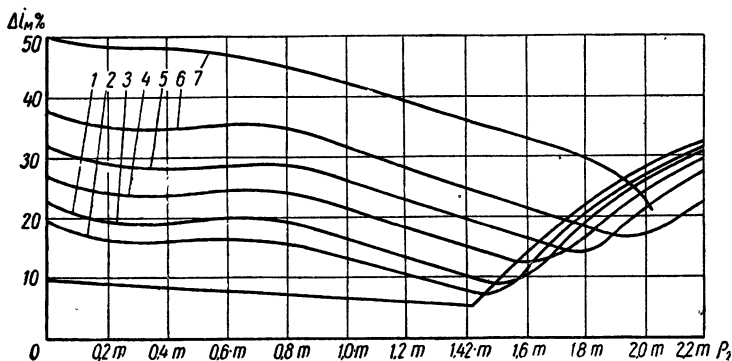
Фиг. 99. Изменение передаточного отношения угловых скоростей вращения, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от радиуса дуги головки зуба триба при различных значениях погрешности шага колеса:

1 — $\Delta t_{01} = 0$; 2 — $\Delta t_{01} = -0,01 m$; 3 — $\Delta t_{01} = -0,02 m$; 4 — $\Delta t_{01} = -0,03 m$; 5 — $\Delta t_{01} = -0,05 m$; 6 — $\Delta t_{01} = -0,1 m$.



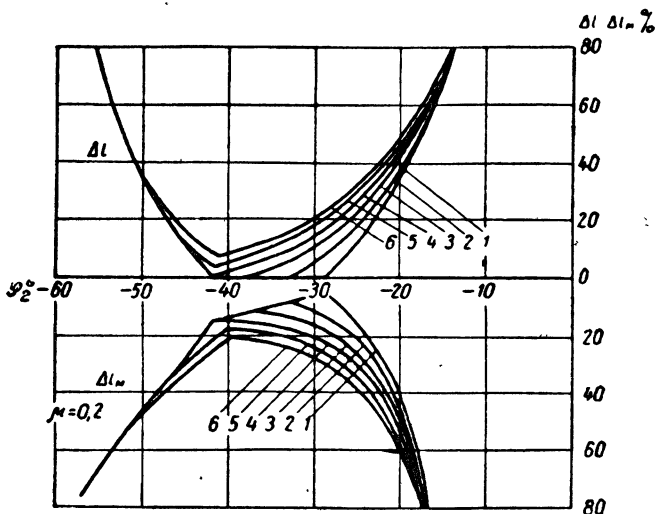
Фиг. 100. Изменение передаточного отношения моментов вращения, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от радиуса дуги головки зуба колеса при различных значениях погрешности шага колеса:

1 — $\Delta t_{01} = 0$; 2 — $\Delta t_{01} = 0,01 m$; 3 — $\Delta t_{01} = 0,02 m$; 4 — $\Delta t_{01} = 0,03 m$; 5 — $\Delta t_{01} = 0,04 m$; 6 — $\Delta t_{01} = 0,05 m$; 7 — $\Delta t_{01} = 0,1 m$.



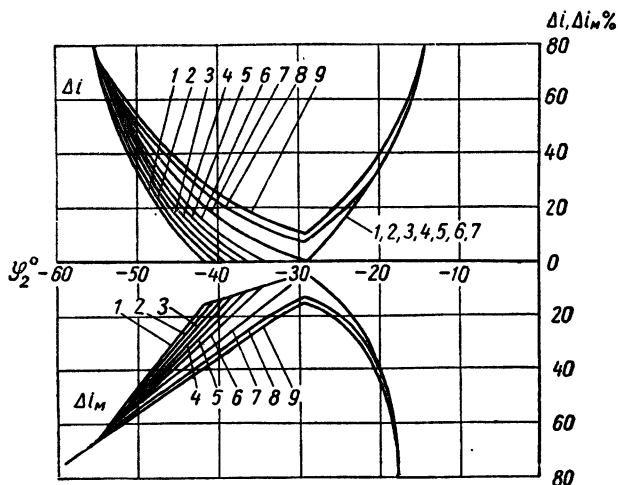
Фиг. 101. Изменение передаточного отношения моментов вращения, соответствующее переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от радиуса дуги головки зуба триба при различных значениях погрешности шага колеса:

1 — $\Delta t_{01} = 0$; 2 — $\Delta t_{01} = -0,005 m$; 3 — $\Delta t_{01} = -0,01 m$; 4 — $\Delta t_{01} = -0,02 m$; 5 — $\Delta t_{01} = -0,03 m$; 6 — $\Delta t_{01} = -0,05 m$; 7 — $\Delta t_{01} = -0,1 m$.



Фиг. 102. Мгновенные изменения передаточных отношений, соответствующие переходу зацепления с одной пары зубьев на другую, в зависимости от угла входа зубьев в зацепление при различных значениях радиуса дуги головки зуба колеса:

1 — $\rho_1 = 0$; 2 — $\rho_1 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_1 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_1 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_1 = 0,8 \text{ m}$;
6 — $\rho_1 = 1,0 \text{ m}$.

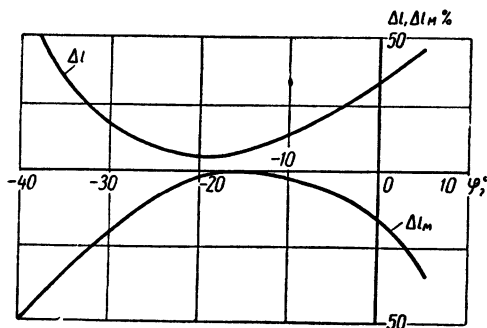


Фиг. 103. Мгновенные изменения передаточных отношений в зависимости от угла входа зубьев в зацепление при различных значениях радиуса дуги головки зуба триба:

1 — $\rho_2 = 0$; 2 — $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$; 3 — $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$; 4 — $\rho_2 = 0,6 \text{ m}$; 5 — $\rho_2 = 0,8 \text{ m}$;
6 — $\rho_2 = 1,0 \text{ m}$; 7 — $\rho_2 = 1,42 \text{ m}$; 8 — $\rho_2 = 1,8 \text{ m}$; 9 — $\rho_2 = 1,95 \text{ m}$.

можно установить оптимальные значения радиусов фланкирования зубьев.

На фиг. 100 и 101 показано влияние радиусов фланкирования колеса и триба на величину перепада передаточных отношений моментов вращений, что существенно для силовых передач, к которым относится также и основная зубчатая передача часового механизма. Кривые имеют тот же характер, что и кривые, представленные на фиг. 98 и 99.



Фиг. 104. Мгновенные изменения передаточных отношений угловых скоростей и моментов вращения зубчатой передачи $\frac{64}{8}$ с часовым профилем зуба в зависимости от угла входа зубьев в зацепление.

Эти графики также могут быть использованы при установлении оптимальных величин радиусов фланкирования, но для силовых зубчатых передач.

Значительный интерес представляют зависимости мгновенных изменений передаточных отношений Δi и Δi_m от углов входа зубьев в зацепление (фиг. 102 и 103). На данных графиках изменение углов входа зубьев в зацепление не связано с определенными погрешностями. Оно может произойти либо от погрешности шага

колеса, либо от погрешности шага триба, либо от их совместного влияния. По этим кривым в зависимости от допустимой величины мгновенного изменения передаточного отношения Δi или Δi_m можно установить предельно допустимое значение угла входа зубьев в зацепление при данном радиусе фланкирования.

На фиг. 104 представлены для сравнения аналогичные кривые, построенные для той же зубчатой передачи $\frac{64}{8}$, но с часовым профилем зуба. Сопоставив графики, легко заметить, что с изменением угла входа величины Δi и Δi_m часового зацепления изменяются медленнее, чем эвольвентного, даже при наличии фланкирования зубьев. Таким образом, погрешности, вызывающие изменения углов входа зубьев в зацепление, оказывают большее влияние на передаточные отношения эвольвентного зацепления, даже при наличии фланкирования зубьев.

ВЫВОДЫ

1. Аналитическое исследование реальной мелко модульной зубчатой передачи с эвольвентным профилем зуба оказывается весьма сложным; здесь, как и при часовом зацеплении, более эффективным является графоаналитический метод исследования.

2. Коэффициент перекрытия в реальной зубчатой передаче, особенно при малых модулях, не может быть больше единицы; это положение является основным и определяющим при исследовании.

3. Как и при часовом зацеплении, для характеристики влияния различных погрешностей на изменение углов входа зубьев в зацепление и угловых интервалов, определяющих скольжение на входе и выходе (крошечная интерференция), следует строить фазовые диаграммы зацепления.

4. Для оценки реальных мелкозубчатых эвольвентных зубчатых передач следует определять изменения передаточных отношений, скольжений, к. п. д. и др. в зависимости от различных погрешностей, как на всем участке зацепления зубьев, так и в момент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую.

5. Реальные эвольвентные зубчатые передачи по сравнению с часовыми имеют менее легкий скат, т. е. меньшую плавность, вследствие значительно больших углов входа зубьев в зацепление.

6. Фланкирование зубьев повышает плавность передачи при наличии погрешностей; эффективность фланкирования тем больше, чем больше величины погрешностей. Увеличение дуг фланкирования повышает плавность передачи, вызывая уменьшение величины перепада передаточного отношения при одних и тех же значениях погрешностей.

С увеличением радиусов дуг фланкирования уменьшаются эвольвентные участки профилей зубьев. При очень больших радиусах эвольвентные участки зубьев могут совсем исчезнуть, и тогда эвольвентное зацепление переходит в часовое.

РАСЧЕТ ДОПУСКОВ В ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ

Основными размерами, от которых непосредственно зависят кинематика и динамика зубчатых передач с часовым профилем зуба, являются межцентровое расстояние A , окружные шаги t_1 и t_2 , радиусы центров дуг головок зубьев колеса R_c и триба R_2 , радиусы самих дуг профилей зубьев колеса ρ_1 и триба ρ_2 (фиг. 105). Все эти исходные размеры конструктивно не связаны между собой. Расчет их номинальных значений и допусков должен производиться на основании эксплуатационных требований к зубчатому механизму часов. Все остальные размеры передачи, как, например, радиусы окружностей выступов колеса и триба, толщины зубьев, радиусы окружностей впадин и дуг впадин непосредственно не оказывают влияния на кинематику передачи. Однако они связаны с основными размерами условиями изготовления (зубообразования) колес. Соответствующие уравнения, приведенные ниже, позволяют по допускам на исходные размеры рассчитать допуски на все остальные размеры передачи. В некоторых случаях контроль исходных размеров оказывается чрезвычайно сложным. Используя уравнения связи, контроль таких размеров можно заменить контролем других размеров. Примером может служить замена контроля диаметров $D_c(2R_c)$ и $D_2(2R_2)$ контролем диаметров окружностей выступов.

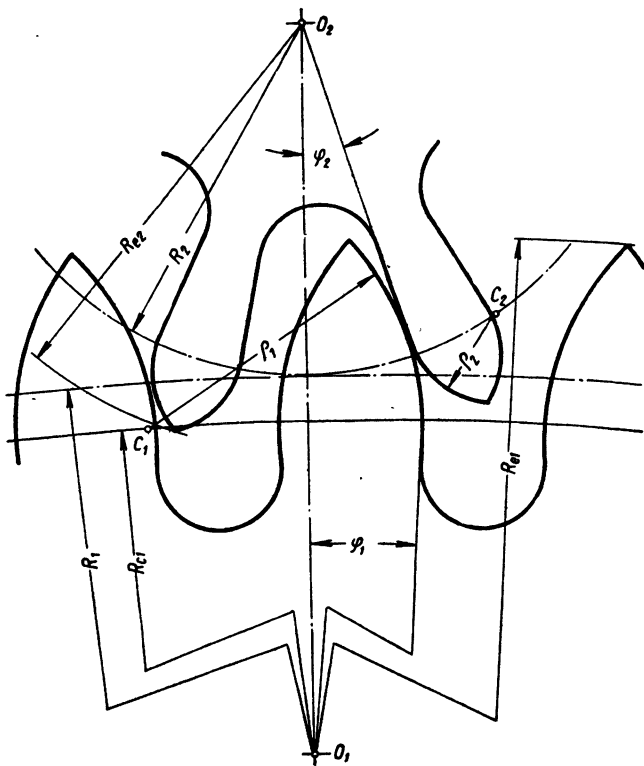
В настоящее время для оценки реальных зубчатых передач используют следующие критерии — нормы: кинематической точности, плавности, контакта зубьев и бокового зазора (ГОСТ 9178-59). При этом первые две нормы служат только для характеристики точности передачи вращения. Контакт зубьев имеет существенное значение для силовых передач и характеризует равномерность передачи усилий по поверхности зубьев.

Боковой зазор между зубьями необходим для предотвращения заклинивания, которое может наступить при сближении зубчатых венцов колеса и триба.

Среди отмеченных критериев нет таких, с помощью которых можно было бы непосредственно оценить точность передачи усилий — требование, которое предъявляется к часовым зубчатым передачам, к зубчатым передачам динамометров и других анало-

гичных приборов. Учитывая это, необходимо соответственно критериям «кинематическая точность» и «плавность» ввести критерии «динамическая точность» и «динамическая плавность».

Динамическую точность можно характеризовать как колебание передаточного отношения моментов вращения за полный оборот проверяемого колеса в однопрофильном зацеплении с образцовым колесом.

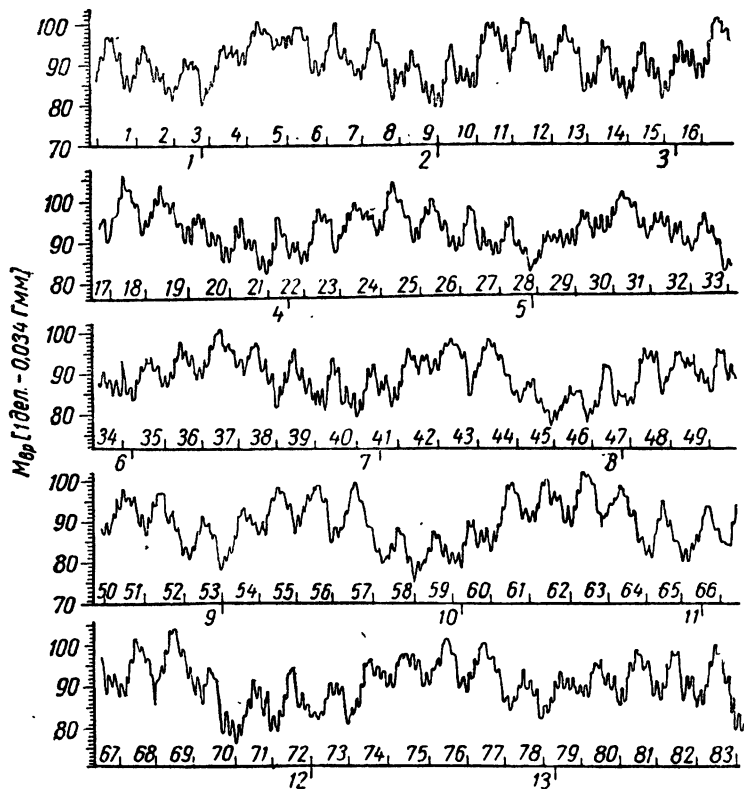


Фиг. 105. Основные размеры часового зубчатого зацепления.

Динамическая плавность является составляющей динамической точности и представляет собой колебание передаточного отношения моментов вращения на участке зацепления одной пары зубьев. Этим колебаниям соответствуют многократно повторяющиеся за полный оборот колеса колебания усилий, воспринимаемых ведомым колесом и, в частности, ходовым колесом часового механизма. О характере этих колебаний можно судить по отклонениям амплитуды колебаний баланса.

Впервые характер изменения амплитуды колебаний баланса был исследован Бриллиуэном. Его исследования показали, что ко-

лебания баланса имеют сложный гармонический характер, в котором находит отчетливое отражение влияние всех зубчатых пар от барабана до ходового колеса. Эти результаты были подтверждены последующими исследованиями. Так, например, И. М. Разумовский в НИИЧАСПРОМЕ [8] на сконструированном им приборе получил



Фиг. 106. Колебания величины вращающего момента на оси ходового колеса. На горизонтальной оси сверху указаны зубья промежуточного колеса, а внизу — зубья центрального колеса.

запись колебаний вращающего момента на оси ходового колеса (фиг. 106). На фигуре отчетливо видно совпадение периодов колебаний отдельных гармоник с продолжительностью зацеплений отдельных зубьев различных зубчатых пар механизма часов. Отсюда следует, что величины отклонений вращающих моментов ходового колеса и соответствующих им отклонений амплитуды колебаний баланса целиком зависят от погрешностей зубчатых передач от барабана до ходового колеса. Зная допустимые величины отклонения амплитуды колебаний баланса, можно установить предельные значения погрешностей размеров зубчатых передач.

МЕТОД РАСЧЕТА ДОПУСКОВ ПО ДОПУСТИМОМУ ОТКЛОНЕНИЮ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ БАЛАНСА

Этот метод дает возможность рассчитать такие величины предельных отклонений элементов зубчатой передачи, при которых соответствующие отклонения амплитуды колебаний баланса не будут выходить за допустимые пределы. Предельные отклонения амплитуды колебаний баланса могут относиться к разным промежуткам времени и к различным зубчатым парам. Их можно определить либо из условий точности работы часов, либо из условий, определяющих нормальную работу волоска и деталей хода.

Наибольшее влияние на точность хода часов оказывают погрешности медленно вращающихся колес, так как их действие на амплитуду колебаний баланса будет продолжительным. Тем не менее, на суточный ход часов погрешности зубчатых передач оказывают незначительное влияние. Однако оценивать точность хода часов только суточным ходом недостаточно, так как скорости средств передвижения значительно возросли. Поэтому, кроме суточного хода, для некоторых видов часов большое значение имеет погрешность показаний, относящихся к небольшим интервалам времени.

Рассмотрим метод расчета допусков на элементы зацепления промежуточного и секундного колес при условии ограниченных во времени (кратковременных) изменений амплитуды колебаний баланса. Этот метод является общим. Он может быть применен также в случае более медленных изменений амплитуды колебаний баланса, связанных с погрешностями барабана и центрального колеса.

Связь между отклонениями амплитуды колебаний баланса и отклонениями моментов вращения трибов анкерного и секундного колес можно получить из следующего уравнения¹:

$$A + B\varphi_0 + C\varphi_0^2 = DM_v, \quad (94)$$

где M_v — момент вращения ходового колеса;

φ_0 — амплитуда колебаний баланса;

A , B , C и D — постоянные коэффициенты, зависящие от конструкции деталей хода.

Эксперименты показали, что для анкерных спусков (т. е. с большими амплитудами колебаний баланса) первые два члена этого уравнения весьма малы. Поэтому приблизительно можно считать, что

$$C\varphi_0^2 \approx DM_v. \quad (95)$$

Введя отклонения момента вращения M_v на оси ходового колеса и амплитуды колебаний баланса, получим

$$C(\varphi_0 \pm \Delta\varphi_0)^2 = D(M_v \pm \Delta M_v),$$

¹ Уравнение предложено канд. техн. наук доц. А. М. Торговым.

или, вынося φ_0 и M_V за скобки,

$$C\varphi_0^2 \left(1 \pm \frac{\Delta\varphi_0}{\varphi_0}\right)^2 = DM_V \left(1 \pm \frac{\Delta M_V}{M_V}\right),$$

откуда

$$\left(1 \pm \frac{\Delta\varphi_0}{\varphi_0}\right)^2 = \left(1 \pm \frac{\Delta M_V}{M_V}\right). \quad (96)$$

Если отклонения $\Delta\varphi_0$ и ΔM_V выразить в долях от номинальных значений φ_0 и M_V , то уравнение (96) примет вид:

$$(1 \pm \Delta\varphi_0)^2 = 1 \pm \Delta M_V. \quad (97)$$

В соответствии с выражением (24) можно написать, что $M_V = M_{IV} \cdot i_{MIV}$, а так как $M_{IV} = M_{III} \cdot i_{MIII}$, то

$$M_V = M_{III} i_{MIII} i_{MIV}, \quad (98)$$

или

$$M_V = M_{II} i_{MII} i_{MIII} i_{MIV} = M_I i_{MI} i_{MII} i_{MIII} i_{MIV}, \quad (99)$$

где M_I , M_{II} , M_{III} и M_{IV} — моменты вращения соответственно барабана, центрального, промежуточного и секундного колес, а i_{MI} , i_{MII} , i_{MIII} и i_{MIV} — соответствующие передаточные отношения моментов вращения.

Из уравнения (99) следует, что отклонения вращающего момента анкерного колеса происходят вследствие отклонений передаточных отношений i_M , т. е.

$$M_V \pm \Delta M_V = M_I (i_{MI} \pm \Delta i_{MI}) (i_{MII} \pm \Delta i_{MII}) (i_{MIII} \pm \Delta i_{MIII}) \times \\ \times (i_{MIV} \pm \Delta i_{MIV}).$$

Отклонения величин i_{MIII} и i_{MII} в зацеплении барабанного и центрального колес вследствие их медленного вращения не будут вызывать резких изменений вращающего момента ходового колеса. Прерывистые, скачкообразные отклонения вращающего момента ходового колеса, а следовательно, и амплитуды колебаний баланса вызваны погрешностями секундного и промежуточного колес. Поэтому для выявления погрешностей этих колес ограничимся уравнением (98). Из этого уравнения следует, что

$$M_V \pm \Delta M_V = M_{III} (i_{MIII} \pm \Delta i_{MIII}) (i_{MIV} \pm \Delta i_{MIV}).$$

Вынося M_V , i_{MIII} и i_{MIV} за скобки, получим

$$M_V \left(1 \pm \frac{\Delta M_V}{M_V}\right) = M_{III} i_{MIII} i_{MIV} \left(1 \pm \frac{\Delta i_{MIII}}{i_{MIII}}\right) \left(1 \pm \frac{\Delta i_{MIV}}{i_{MIV}}\right),$$

откуда следует

$$1 \pm \frac{\Delta M_V}{M_V} = \left(1 \pm \frac{\Delta i_{MIII}}{i_{MIII}}\right) \left(1 \pm \frac{\Delta i_{MIV}}{i_{MIV}}\right).$$

Выражая отклонения Δi и ΔM в долях от номинальных значений соответствующих параметров, т. е.

$$\frac{\Delta i_{MIII}}{i_{MIII}} = \Delta i_{MIII};$$

$$\frac{\Delta i_{MIV}}{i_{MIV}} = \Delta i_{MIV} \text{ и } \frac{\Delta M_V}{M_V} = \Delta M_V, \text{ получим}$$

$$1 \pm \Delta M_V = (1 \pm \Delta i_{MIII})(1 \pm \Delta i_{MIV}).$$

$$\text{Принимая } \Delta i_{MIII} \approx \Delta i_{MIV} = \Delta i_M,$$

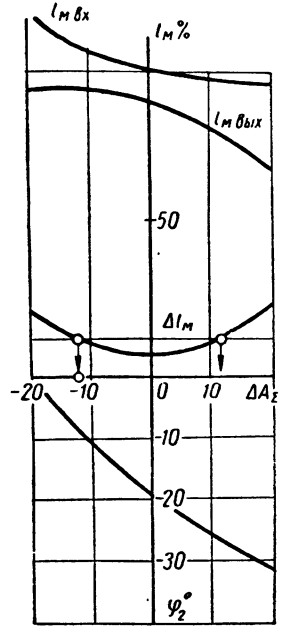
получим

$$1 \pm \Delta M_V = (1 \pm \Delta i_M)^2.$$

С учетом уравнения (97) $1 \pm \Delta \varphi_0 = 1 \pm \Delta i_M$,
или $\Delta \varphi_0 \approx \Delta i_M$.

Отсюда следует, что отклонения вращающих моментов промежуточного и секундного колес, выраженные в долях от номинальных значений вращающих моментов, не должны превышать отклонения амплитуды колебаний баланса, выраженного также в долях от ее номинального значения. Если, например, в рассматриваемых зацеплениях $\Delta \varphi_0$ не должно превышать 10—15% от φ_0 , то и Δi_M также не должно превышать 10—15% от i_M .

Связь между величинами Δi_{MIII} , Δi_{MIV} и различными погрешностями устанавливается графоаналитическим методом. На фиг. 107 представлена зависимость между отклонениями Δi_M и погрешностями межцентрового расстояния зубчатой передачи $\frac{60}{\delta}$. Допуски можно рассчитать следующим образом: по допустимому значению Δi_M находим предельные отклонения того или иного размера зубчатой передачи. В первую очередь нужно найти предельные отклонения межцентрового расстояния ΔA_2 , включающие погрешности расстояний между центрами отверстий в платинах и мостах, эксцентриситеты колеса и триба, а также отклонения их наружных диаметров. При этом изменения на-



Фиг. 107. Определение предельных погрешностей ΔA_2 по допустимому значению Δi_M .

ружных диаметров с небольшим приближением можно приравнять отклонению межцентрового расстояния. Связь между перечисленными погрешностями устанавливается следующими уравнениями:

$$\Delta A_{\Sigma} = |\Delta A| + e_1 + e_2 + \frac{\partial D_{e1}}{2} + \frac{\partial D_{e2}}{2}; \quad (100)$$

$$\Delta A_{\Sigma} = -(|\Delta A| + e_1 + e_2). \quad (101)$$

Здесь ΔA_{Σ} условно рассматривается не как расхождение или сближение центров колес, а как величина относительного смещения зубьев колеса и триба в направлении линии центров.

При расчете допусков следует исходить из наихудшего случая, которому соответствует уравнение (100). В это уравнение входят предельные значения погрешностей, которые в результате его решения при известном значении ΔA_{Σ} могут оказаться весьма малыми и поэтому трудно выполнимыми. При наличии большого количества погрешностей (если они не являются систематическими) можно применить квадратичное суммирование и расчет допусков вести по уравнению

$$\Delta A_{\Sigma} = \sqrt{(\Delta A)^2 + e_1^2 + e_2^2 + \left(\frac{\partial D_{e1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\partial D_{e2}}{2}\right)^2}. \quad (102)$$

Уравнение (102) учитывает случайный характер погрешностей. Предельные значения погрешностей, рассчитанные по этому уравнению, оказываются больше, чем рассчитанные по уравнению (100). Соотношения между предельными погрешностями, необходимые для решения уравнений (100) и (102), устанавливаются с учетом точностных возможностей технологических процессов изготовления зубчатых колес.

МЕТОД РАСЧЕТА ДОПУСКОВ ИЗ УСЛОВИЙ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ ВЕРШИНЫ ЗУБА КОЛЕСА ПО ЗУБУ ТРИБА

Работа зубчатой передачи с часовым профилем зуба без переходных точек характеризуется двумя периодами. В первый — начальный период (перед линией центров) — головка зуба колеса соприкасается с головкой зуба триба. Во второй — конечный период (за линией центров) — головка зуба колеса соприкасается с ножкой зуба триба. Это подтверждается фазовыми диаграммами, полученными для различных зубчатых передач (см. фиг. 57, а также приложение 3). Как видно из фазовых диаграмм, при раздвижении зубчатых венцов колеса и триба ($\Delta A > 0$) увеличивается продолжительность работы головок зубьев и уменьшается продолжительность работы головки зуба колеса по ножке зуба триба. Угол входа зубьев в зацепление увеличивается.

При сближении зубчатых венцов ($\Delta A < 0$), наоборот, увеличивается продолжительность работы головки зуба колеса по ножке зуба триба и уменьшается продолжительность работы головок зубьев. Угол входа зубьев в зацепление уменьшается. При значи-

тельном уменьшении угла входа может наступить скольжение вершины зуба колеса по ножке зуба триба (зона 3 на фиг. 57). Его можно проследить на макете, показанном на фиг. 108.

Скольжение вершины зуба колеса нарушает плавность передачи, вызывая значительные колебания передаточных отношений Δi и Δi_M при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую. Скольжение вершины зуба секундного колеса может привести к остановке часового механизма в момент освобождения анкерного спуска, когда колесная система поворачивается на небольшой угол в обратном направлении (см. фиг. 17).

К погрешностям, вызывающим сближение зубчатых венцов колеса и триба, а следовательно, и скольжение вершины зуба, в первую очередь следует отнести погрешности межцентрового расстояния и эксцентриситеты зубчатых венцов колеса (e_1) и триба (e_2). Изменение расстояния между центрами зубчатых венцов колеса и триба, происходящее от этих погрешностей, будем обозначать $\pm \Delta A_2$. Наибольшее сближение зубчатых венцов равно

$$\Delta A_2 = |\Delta A| + e_1 + e_2.$$

Помимо этих погрешностей, на величину угла выхода, а также входа оказывают большое влияние погрешности окружных шагов колеса (Δt_1) и триба (Δt_2) (см. фиг. 68). На фиг. 109 показано положение зуба колеса, когда его вершина начинает скользить по ножке зуба триба. При этом $\angle O_2MC = 90^\circ$. Обозначим через $\varphi_{2ск}$ угол поворота триба, при котором начинается скольжение. Его значение можно определить из $\triangle O_1BO_2$.

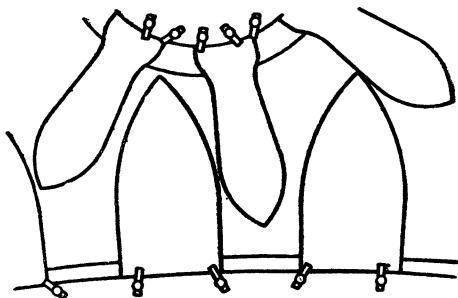
$$\sin \varphi_{2ск} = \frac{O_2B}{O_1O_2} = \frac{DM}{A}. \quad (103)$$

Из $\triangle O_1DC$ и $\triangle O_1DM$ получаем

$$\begin{aligned} O_1D^2 &= R_{e_1}^2 - DM^2; \\ O_1D^2 &= R_c^2 - CD^2 = R_c^2 - (DM - \rho_1)^2. \end{aligned}$$

Исключая из этих уравнений отрезок O_1D находим DM

$$DM = \frac{R_{e_1}^2 - R_c^2 + \rho_1^2}{2\rho_1}.$$

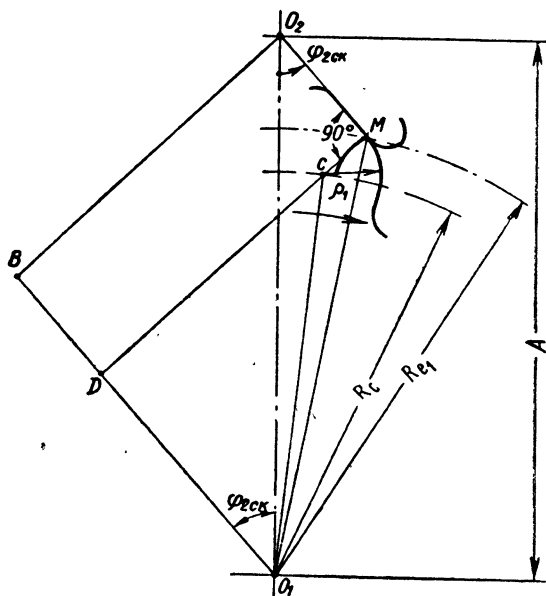


Фиг. 108. Скольжение вершины зуба колеса по ножке зуба триба, воспроизведенное при большом масштабе увеличения на макете.

Подставляя значение DM в уравнение (103), получаем формулу для подсчета угла $\varphi_{2ск}$

$$\sin \varphi_{2ск} = \frac{R_{e1}^2 + r_1^2 - R_c^2}{2Ar_1}. \quad (104)$$

При выводе уравнений следует учитывать, что входящие в зацепление зубья колеса и триба могут соприкасаться либо головками (см. фиг. 41), либо головка зуба колеса может соприкаться



Фиг. 109. Определение угла поворота триба, при котором начинается скольжение вершины зуба колеса по ножке зуба триба.

с ножкой зуба триба (фиг. 110, зубья 2—2). Первое встречается у зубчатых передач с малым числом зубьев триба, т. е. при $\varphi_{2ск} < \frac{2\pi}{z_2}$, второе — при относительно большом числе зубьев триба, т. е. при $\varphi_{2ск} > \frac{2\pi}{z_2}$. При большом числе зубьев триба возможно также, что в зацепление войдет 3-я пара зубьев, а между зубьями 2—2 будет оставаться зазор (фиг. 110).

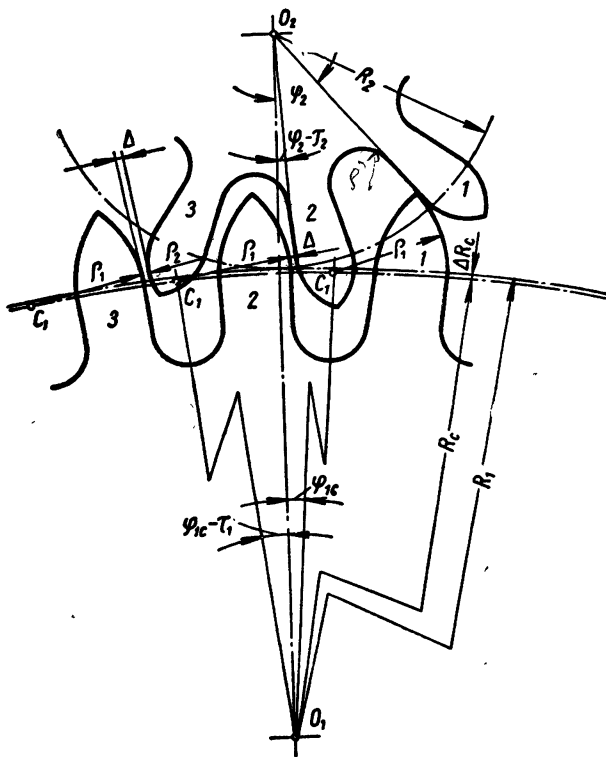
При наличии погрешностей зазор Δ изменится на некоторую величину $d\Delta$. Это приведет к изменению угла входа зубьев в зацепление и угла выхода. Величина $d\Delta$ может достичь такой величины, при которой угол выхода $\varphi_{2вых}$ зубьев из зацепления станет равным углу скольжения $\varphi_{2ск}$. Следовательно, исходным

уравнением для расчета допустимых величин погрешностей из условия предупреждения скольжения вершины зуба колеса по ножке зуба триба является уравнение

$$\Delta + d\Delta = 0 \quad (105)$$

при $\varphi_{2\text{вых}} = \varphi_{2\text{ск}}$.

Для случая, представленного на фиг. 41, удобнее вместо зазора Δ рассматривать расстояние C_1C_2 между центрами дуг головок



Фиг. 110. Определение зависимости зазора Δ между входящими в зацепление зубьями (2—2 или 3—3) от угла поворота триба.

зубьев колеса и триба. Зависимость величины отрезка C_1C_2 от углов поворота колеса и триба представлена уравнением (72). В момент перехода зацепления с одной пары зубьев на другую расстояние C_1C_2 становится равным сумме радиусов дуг головок зубьев колеса и триба, т. е. $C_1C_2 = \rho_1 + \rho_2$ или $(C_1C_2)^2 = (\rho_1 + \rho_2)^2$. В соответствии с уравнением (72) удобнее непосредственно рас-

смагивать величину $C_1 C_2^2 = \Pi$, заменив условие (105) эквивалентным условием

$$\Pi + d\Pi = (\rho_1 + \rho_2)^2. \quad (106)$$

Величину $d\Pi$, так же как и $d\Delta$, можно рассмагивать как полный дифференциал от погрешностей размеров A ; t_1 ; t_2 и др. Тогда исходное уравнение (106) получит вид

$$\Pi + \frac{\partial \Pi}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial \Pi}{\partial t_1} \Delta t_1 + \frac{\partial \Pi}{\partial t_2} \Delta t_2 = (\rho_1 + \rho_2)^2. \quad (107)$$

Частные производные, входящие в это уравнение, определим из уравнения (72). Погрешности окружных шагов Δt_1 и Δt_2 принято выражать в линейных единицах, измеряя их по дугам окружностей, например по делительной окружности. Это надо учитывать при дифференцировании уравнения (72), в которое входят угловые шаги τ_1 и τ_2 . В качестве независимой переменной принят угол поворота триба φ_2 . Зависимость между углами φ_1 и φ_2 представлена на уравнением (34);

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial A} &= 2A - 2R_c \cos(\varphi_{1cк} - \tau_1) + \\ &+ \frac{[2A \sin(\varphi_{1cк} - \tau_1) - 2R_2 \sin(\varphi_{1cк} - \tau_1 + \varphi_2 - \tau_2 + \eta)] \sin \varphi_{2cк}}{\cos(\varphi_{1cк} + \varphi_{2cк})} - \\ - 2R_2 \cos(\varphi_{2cк} - \tau_2 + \eta); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial t_1} &= 2R_c R_2 \sin(\varphi_{1cк} + \varphi_{2cк} - \tau_1 - \\ - \tau_2 + \eta) \times \frac{1}{R_1} - 2AR_c \sin(\varphi_{1cк} - \tau_1) \frac{1}{R_1}; \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t_2} = 2R_c \sin(\varphi_{1cк} + \varphi_{2cк} - \tau_1 - \tau_2 + \eta) - 2A \sin(\varphi_{2cк} - \tau_2 + \eta).$$

Углы φ_{1c} и φ_{2c} рассчитываются по формулам (104) и (34).

Для расчетов целесообразно все размеры, входящие в уравнения (72) и (108), выразить через числа зубьев колеса и триба и модуль

$$\Pi = m^2 \left[\frac{a^2}{4} + \frac{z_2^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{bz_2}{2} \cos \alpha_2 - \frac{ba}{2} \cos \alpha_1 - \frac{az_2}{2} \cos \alpha_2 \right]. \quad (109)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial A} &= m \left[a - b \cos \alpha_1 + \frac{a \sin \alpha_1 - z_2 \sin \alpha_2}{\cos(\varphi_{1cк} + \varphi_{2cк})} \sin \varphi_{2cк} - z_2 \cos \alpha_2 \right] \\ \frac{\partial \Pi}{\partial t_1} &= m \left[\frac{bz_2 \sin \alpha_2}{z_1} - \frac{ab \sin \alpha_1}{z_1} \right]; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial t_2} &= m [bz_2 \sin \alpha_2 - az_2 \sin \alpha_2], \end{aligned} \right\} \quad (110)$$

где

$$\alpha_1 = \varphi_{1ck} - \tau_1; \quad \alpha_2 = \varphi_{2ck} - \tau_2 + \gamma;$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \alpha_2; \quad a = z_1 + z_2; \quad b = z_1 - 2\Delta R_c.$$

В дальнейшем выражения, заключенные в скобки в формулах (109) и (110), будем обозначать буквами B_Π , B_A , B_{t_1} и B_{t_2} .

Уравнение (107) для расчета допусков принимает вид

$$B_\Delta \Delta A + B_{t_1} \Delta t_1 + B_{t_2} \Delta t_2 + B_\Pi = (\rho_1 + \rho_2)^{2*}. \quad (111)$$

При составлении уравнения (111) можно было бы учесть также погрешность диаметра выступов триба. При уменьшении диаметра выступов зазор Δ между входящими в зацепление зубьями увеличивается. От этого будет увеличиваться угол выхода зубьев из зацепления, приближаясь к углу, при котором начинается скольжение вершины зуба колеса. Общее уравнение для расчета допусков в этом случае принимает вид

$$\Pi + \frac{\partial \Pi}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial \Pi}{\partial R_{e_2}} \Delta R_{e_2} + \frac{\partial \Pi}{\partial t_1} \Delta t_1 + \frac{\partial \Pi}{\partial t_2} \Delta t_2 = 0.$$

Частную производную $\frac{\partial \Pi}{\partial R_{e_2}}$ можно получить из уравнения (72).

Чтобы получить уравнение допусков из условия вхождения в зацепление пары зубьев 3—3, необходимо в выражение (72) для функции $\Pi = (C_1 C_2)^2$ вместо углов τ_1 и τ_2 подставить углы $2\tau_1$ и $2\tau_2$. В этом случае величина $C_1 C_2$ будет представлять собой расстояние между центрами дуг головок зубьев 3—3.

Теперь рассмотрим случай, когда головка зуба колеса касается ножки зуба триба (см. зубья 2—2 на фиг. 110). Зависимость зазора между зубьями 2—2 от угла поворота триба можно получить из уравнения (34), если заменить φ_1 на $\varphi_1 - \tau_1$, φ_2 на $\varphi_2 - \tau_2$ и r_1 на $\rho_1 + \Delta$, т. е.

$$\sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \tau_1 - \tau_2) = \frac{A \sin(\varphi_2 - \tau_2) - \rho_1 - \Delta}{R_c}. \quad (112)$$

Решая уравнение (112) относительно Δ , получим

$$\Delta = A \sin(\varphi_2 - \tau_2) - R_c \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \tau_1 - \tau_2) - \rho_1. \quad (113)$$

Из уравнения (113) находим значения частных производных, входящих в общее уравнение (105),

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial A} &= \sin(\varphi_{2ck} - \tau_2) - \frac{\sin \varphi_{2ck} \cos(\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2)}{\cos(\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck})}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_1} &= R_c \cos(\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2) \frac{1}{R_1}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_2} &= -A \cos(\varphi_{2ck} - \tau_2) \frac{1}{R_2} + R_c \cos(\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2) \frac{1}{R_2} \end{aligned} \right\}. \quad (114)$$

* Здесь и далее в уравнениях для расчета допусков погрешности ΔA ; Δt_1 и Δt_2 выражены в долях модуля.

Выражая все размеры в уравнениях (113) и (114) через числа зубьев и модуль, получим следующие уравнения:

$$\Delta = m \left[\frac{1}{2} (z_1 + z_2) \sin (\varphi_2 - \tau_2) - \frac{1}{2} (z_1 - 2\Delta R_c) \times \right. \\ \left. \times \sin (\varphi_1 + \varphi_2 - \tau_1 - \tau_2) - \rho_1 \right] = B_\Delta m; \quad (115)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial A} &= \sin (\varphi_{2ck} - \tau_2) - \frac{\sin \varphi_{2ck} \cos (\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2)}{\cos (\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck})} = B_A; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_1} &= \frac{z_1 - 2\Delta R_c}{z_1} \cos (\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2) = B_{t_1}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_2} &= -\frac{z_1 + z_2}{z_2} \cos (\varphi_{2ck} - \tau_2) + \frac{z_1 - 2\Delta R_c}{z_2} \times \\ &\times \cos (\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} - \tau_1 - \tau_2) = B_{t_2}. \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

Уравнение для расчета допусков имеет вид

$$B_\Delta + B_A \Delta A + B_{t_1} \Delta t_1 + B_{t_2} \Delta t_2 = 0. \quad (117)$$

Рассматриваемые ниже примеры расчета допусков в передачах $\frac{30}{6}$ и $\frac{90}{16}$ показывают, что в зубчатых передачах с большим числом зубьев триба скольжение вершины зуба колеса может наступить лишь при относительно больших погрешностях.

Пример. Рассмотрим расчет допусков для зубчатой передачи $\frac{z_1}{z_2} = \frac{30}{6}$, $m = 0,2$ мм по уравнениям (111) и (117). По нормали НИИЧАСПРОМа для передачи $\frac{30}{6}$ находим:

$$\Delta R_c = 0,16 \text{ мм}; \quad \rho_1 = 1,80 \text{ мм}; \quad \rho_2 = 0,7 \text{ мм} \quad (\text{для } m = 1 \text{ мм}).$$

Для составления уравнения допусков определяем:

1) угол скольжения по формуле (104)

$$\sin \varphi_{2ck} = 0,7506, \quad \varphi_{2ck} = 48^\circ 39';$$

2) углы $\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck}$ и φ_{1ck} по формуле (34):

$$\sin (\varphi_{1ck} + \varphi_{2ck}) = 0,78919, \quad \varphi_{1ck} + \varphi_{2ck} = 52^\circ 06', \quad \varphi_{1ck} = 3^\circ 27';$$

3) угловые шаги колеса и триба

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{30} = 12^\circ; \quad \tau_2 = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ;$$

4) угол η

$$\sin \eta = \frac{\rho_2}{R_2} = 0,23333, \quad \eta = 13^\circ 30';$$

5) значения тригонометрических функций, входящих в уравнения (109) и (110):

$$\cos (\varphi_{1ck} - \tau_1 + \varphi_{2ck} - \tau_2 + \eta) = \cos (-6^\circ 24') = 0,993768;$$

$$\sin (\varphi_{1ck} - \tau_1 + \varphi_{2ck} - \tau_2 + \eta) = \sin (-6^\circ 24') = -0,111469;$$

$$\begin{aligned}\cos(\varphi_{1ск} - \tau_1) &= \cos(-8^\circ 33') = 0,988886; \\ \sin(\varphi_{1ск} - \tau_1) &= \sin(-8^\circ 33') = -0,148672; \\ \cos(\varphi_{2ск} - \tau_2 + \eta) &= \cos 2^\circ 0,9' = 0,999296; \\ \sin(\varphi_{2ск} - \tau_2 + \eta) &= \sin 2^\circ 09' = 0,037516;\end{aligned}$$

6) коэффициенты B_{Π} , B_A , B_{t_1} , B_{t_2} по формулам (109) и (110):

$$B_{\Pi} - (\rho_1 + \rho_2)^2 = -0,7657;$$

$$B_A = -5,0686;$$

$$B_{t_1} = 4,6334;$$

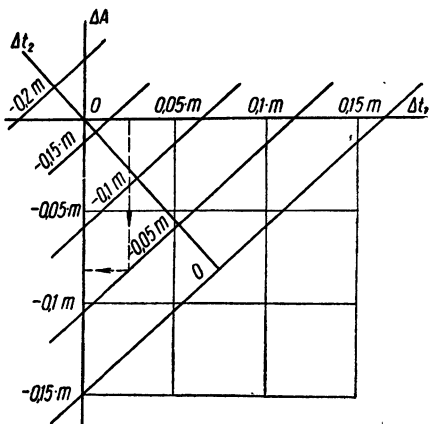
$$B_{t_2} = -4,6590.$$

На основании полученных данных составляем уравнение для расчета допусков

$$\begin{aligned}5,0686\Delta A - 4,6334\Delta t_1 + \\ + 4,6590\Delta t_2 + 0,7657 = 0.\end{aligned}$$

Для удобства расчета полученное уравнение целесообразно представить в виде номограммы (Фиг. 111). Необходимые данные для ее построения и порядок расчета приведены в табл. 23.

Номограмма показывает взаимосвязь целого ряда погрешностей (ΔA ; Δt_1 ; Δt_2), которые вызывают появление скольжения вершины зуба колеса по ножке зуба триба. Пользуясь номограммой, можно выбрать наиболее выгодное по технологическим соображениям сочетание предельных величин погрешностей.



Фиг. 111. Номограмма расчета допусков зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ из условия предупреждения скольжения вершины зуба колеса по ножке зуба триба.

Таблица 23

Расчет погрешностей зубчатой передачи $\frac{30}{6}$, приводящих к скольжению вершины зуба колеса по ножке зуба триба

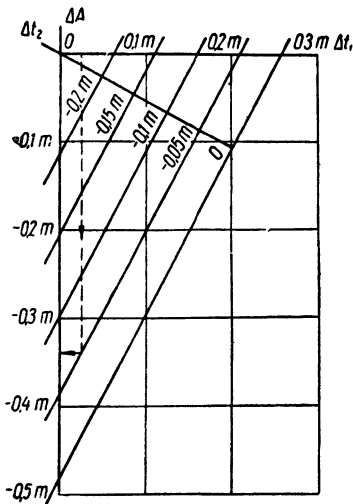
Δt_2	Уравнение	Δt_1	ΔA
0	$5,0686 \cdot \Delta A - 4,6334 \cdot \Delta t_1 + 0,7657 = 0$	0,000 +0,165	-0,151 0,000
-0,05	$5,0686 \cdot \Delta A - 4,6334 \cdot \Delta t_1 + 0,53375 = 0$	0,000 +0,115	-0,105 0,000
-0,1	$5,0686 \cdot \Delta A - 4,6334 \cdot \Delta t_1 + 0,2998 = 0$	0,000 0,065	-0,059 0,000
-0,15	$5,0686 \cdot \Delta A - 4,6334 \cdot \Delta t_1 + 0,06685 = 0$	0,000 +0,014	-0,013 0,000
-0,20	$5,0686 \cdot \Delta A - 4,6334 \cdot \Delta t_1 - 0,1661 = 0$	0,000 -0,036	+0,033 0,000

Для их расчета необходимо вначале выявить предельные погрешности, относящиеся к наиболее отработанным совершенным операциям. Допустим, например, что нам известны погрешности окружных шагов колеса и триба:

$$\Delta t_1 = \pm 0,005 \text{ мм}; \quad \Delta t_2 = \pm 0,01 \text{ мм},$$

или в долях модуля, принимая $m = 0,2 \text{ мм}$,

$$\Delta t_1 = \pm 0,025 \text{ } m; \quad \Delta t_2 = \pm 0,05 \text{ } m.$$



Фиг. 112. Номограмма расчета допусков зубчатой передачи $\frac{90}{16}$

из условия предупреждения скользяния вершины зуба колеса по ножке зуба триба.

$$\varphi_{1ск} + \varphi_{2ск} = 40^\circ 15' 30'';$$

$$3. \quad \tau_1 = \frac{360^\circ}{96} = 3^\circ 45';$$

$$\varphi_{1ск} = 2^\circ 57' 30''.$$

$$\tau_2 = \frac{360^\circ}{16} = 22^\circ 30'.$$

Убеждаемся, что $\varphi_{2ск} > \tau_2$. Поэтому применяем уравнения (115) и (116). По этим уравнениям находим:

$$4. \quad B_{\Delta} = -0,2503; \quad B_{t_1} = 0,9689; \\ B_A = -0,5150; \quad B_{t_2} = -0,9545.$$

5. Уравнение допусков получает вид

$$0,515\Delta A - 0,9689\Delta t_1 + 0,9545\Delta t_2 + 0,2503 = 0.$$

Построенная по этому уравнению номограмма показана на фиг. 112.

Принимая $\Delta t_1 = \pm 0,025 \text{ } m$ и $\Delta t_2 = \pm 0,05 \text{ } m$, т. е. те же значения, что и для передачи $\frac{30}{6}$, по номограмме находим, что

$$\Delta A_{\Sigma} = -0,34m.$$

Допустимая погрешность межцентрового расстояния данной передачи в 4 раза больше, чем передачи $\frac{30}{6}$.

По номограмме (фиг. 111) находим

$$\Delta A_{\Sigma} = -0,082 \text{ } m = -0,016 \text{ мм}.$$

Теперь можно определить допустимые отклонения межцентрового расстояния

$$\Delta A_{\Sigma} = \Delta A + e_1 + e_2.$$

Принимая $e_1 = e_2 = 0,005 \text{ мм}$ и учитывая симметричное расположение отклонений координат центров отверстий на платинах и мостах, получим

$$\Delta A = \pm 0,006 \text{ мм}.$$

В зубчатой передаче $\frac{30}{6}$ входящие в зацепление зубья касаются головками (см. фиг. 41). Для этого случая $\varphi_{2ск} < \tau_2$. Приведем для сравнения расчет номограммы зубчатой передачи $\frac{90}{16}$, для которой $\varphi_{2ск} > \tau_2$ (см. фиг. 110).

Расчет проводим в том же порядке, что и для передачи $\frac{30}{6}$:

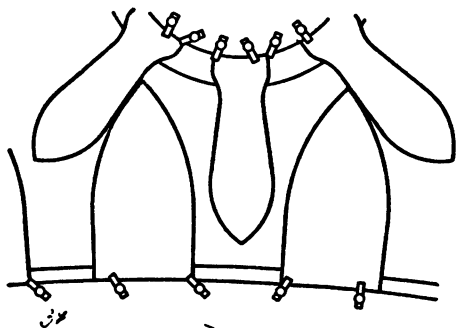
$$1. \quad \sin \varphi_{2ск} = 0,60596;$$

$$\varphi_{2ск} = 37^\circ 18'.$$

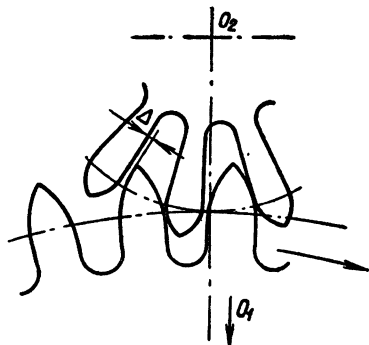
$$2. \quad \sin (\varphi_{1ск} + \varphi_{2ск}) = 0,646228;$$

МЕТОД РАСЧЕТА ДОПУСКОВ ИЗ УСЛОВИЙ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ЗАКЛИНИВАНИЯ ЗУБЬЕВ

Заклинивание зубьев характерно для передач с большим количеством зубьев триба. Оно может наступить при чрезмерном сближении зубчатых венцов, находящихся в зацеплении колес. Макет на фиг. 113 иллюстрирует предельное перед заклиниванием



Фиг. 113. Предельное перед заклиниванием положение зубьев, воспроизведенное при большом масштабе увеличения на макете.



Фиг. 114. Зазор Δ между неработающими профилями зубьев, обеспечивающий нормальную, без заклинивания работу зубчатой передачи.

положение зубьев колеса и триба. Появление заклинивания прежде всего зависит от бокового зазора Δ между неработающими профилями зубьев (фиг. 114).

При работе зубчатой передачи боковой зазор закономерно изменяется, достигая при некотором угле поворота триба наименьшего значения $\Delta_{\text{наим}}$. Для вращения колес необходимо, чтобы эта величина была больше нуля. При отрицательной величине зазора $\Delta_{\text{наим}}$ происходит заклинивание зубьев и вращение колес становится невозможным. При $\Delta_{\text{наим}} = 0$ соприкасающиеся зубья занимают симметричное положение относительно линии центров (фиг. 113). Это же положение зубьев показано (в общем случае при наличии зазора Δ) на фиг. 115, необходимой для вывода уравнения допусков.

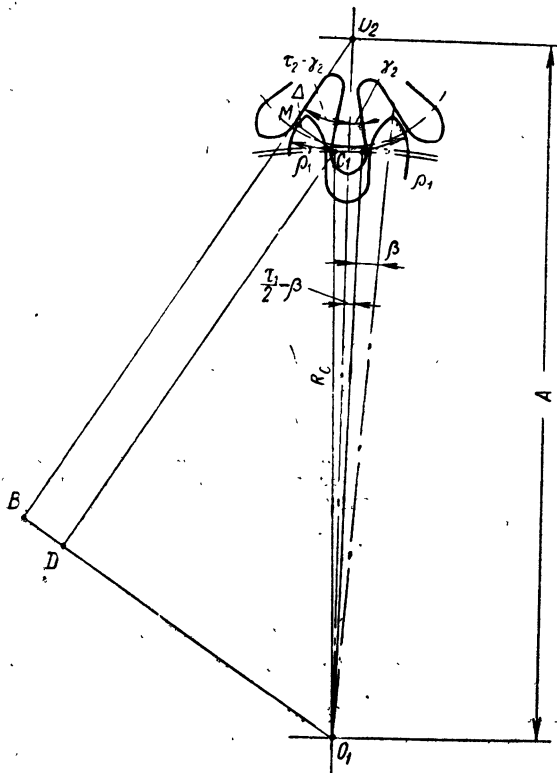
К уменьшению зазора Δ и заклиниванию зубьев приводят погрешность межцентрового расстояния $d\Delta$, эксцентриситеты зубчатых венцов колеса и триба e_1 и e_2 , погрешности окружных шагов Δt_1 и Δt_2 .

Допустим, что все перечисленные погрешности изменяют зазор Δ на величину $d\Delta$. Предельное перед заклиниванием положение зубьев будет характеризоваться уравнением

$$\Delta + d\Delta = 0. \quad (118)$$

Это уравнение является исходным для вывода уравнения допусков.

Величину $d\Delta$ можно рассматривать как полный дифференциал от погрешностей размеров A ; t_1 ; t_2 и других, которые могут при-



Фиг. 115. Определение величины зазора Δ между неработающими профилями зубьев колеса и триба.

вести к заклиниванию. Учитывая это, уравнение (118) запишем в следующем виде:

$$\Delta + \frac{\partial \Delta}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial \Delta}{\partial t_1} \Delta t_1 + \frac{\partial \Delta}{\partial t_2} \Delta t_2 = 0. \quad (119)$$

Зависимость зазора Δ от размеров зубчатой передачи можно получить из треугольников O_1BO_2 и O_1DC_1 (фиг. 115):

$$O_1B = A \sin(\tau_2 - \gamma_2);$$

$$O_1D = R_c \sin\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right).$$

Учитывая, что $O_1B = O_1D + \rho_1 + \Delta$, получаем

$$\Delta = A \sin(\tau_2 - \gamma_2) - R_c \sin\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) - \rho_1. \quad (120)$$

В этом уравнении приняты те же обозначения, что и в предыдущих. Углы γ_2 и β показаны на фигуре и пояснений не требуют.

Из уравнения (120) определяем частные производные, входящие в уравнение (119):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial A} &= \sin(\tau_2 - \gamma_2); \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_1} &= -\frac{1}{2} R_c \cos\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) \frac{1}{R_1}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_2} &= A \cos(\tau_2 - \gamma_2) \frac{1}{R_2} - R_c \cos\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) \frac{1}{R_2}. \end{aligned} \right\} (121)$$

Если размеры зубчатой передачи выразить через числа зубьев и модуль, то получим более удобные для расчетов уравнения:

$$\Delta = m \left[\frac{z_1 + z_2}{2} \sin(\tau_2 - \gamma_2) - \frac{z_1 - 2\Delta R_c}{2} \sin\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) - \rho_1 \right] = B_\Delta m; \quad (122)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial A} &= \sin(\tau_2 - \gamma_2) = B_A; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_1} &= -\frac{z_1 - 2\Delta R_c}{z_1} \cos\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) = B_{t_1}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t_2} &= \frac{z_1 + z_2}{z_2} \cos(\tau_2 - \gamma_2) - \frac{z_1 - 2\Delta R_c}{z_2} \times \\ &\quad \times \cos\left(\tau_2 - \gamma_2 + \frac{\tau_1}{2} - \beta\right) = B_{t_2}. \end{aligned} \right\} (123)$$

Уравнение для расчета допусков запишем в следующем виде:

$$B_\Delta + B_A \Delta A + B_{t_1} \Delta t_1 + B_{t_2} \Delta t_2 = 0. \quad (124)$$

Для зубчатой передачи $\frac{30}{6}$ уравнение (124) принимает вид:

$$0,765\Delta A - 0,6088\Delta t_1 + 0,8204\Delta t_2 + 0,2713 = 0.$$

Номограмма, построенная по этому уравнению, приведена на фиг. 116.

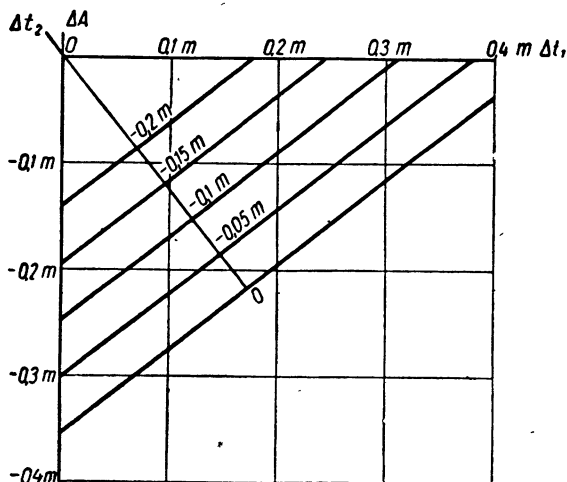
Из сравнения этой номограммы с номограммой, представленной на фиг. 111, следует, что в зубчатой передаче с небольшим количеством зубьев триба ($z_2 = 6$) при сближении зубчатых венцов вначале наступает скольжение вершины зуба колеса, а затем уже может наступить заклинивание.

Для зубчатой передачи $\frac{90}{16}$ уравнение (124) получает вид:

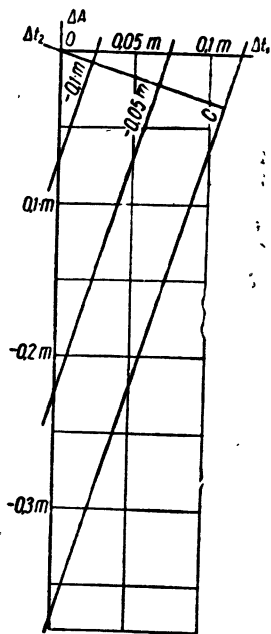
$$0,3087\Delta A - 0,9536\Delta t_1 + 0,9362\Delta t_2 + 0,1162 = 0.$$

Номограмма, соответствующая этому уравнению, дана на фиг. 117.

Из сравнения номограмм на фиг. 117 и 112 следует, что в зубчатых передачах с большим количеством зубьев триба ($z_2=16$) при сближении зубчатых венцов заклинивание начинается раньше, чем скольжение вершины зуба колеса.



Фиг. 116. Номограмма расчета допусков из условия предупреждения заклинивания зубьев для зубчатой передачи $\frac{30}{6}$.



Фиг. 117. Номограмма расчета допусков из условия предупреждения заклинивания зубьев для зубчатой передачи $\frac{90}{16}$.

СОПОСТАВЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ, РАССЧИТАННЫХ ИЗ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ТРЕБОВАНИЙ, С ПОГРЕШНОСТЯМИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ

По отраслевой нормали НМП5-246-53* предусмотрено 3 класса точности. Предельные отклонения и допуски в каждом классе точности, соответствующие различным технологическим процессам, представлены в зависимости от модуля. Относительные предельные погрешности всех размеров с уменьшением модуля возрастают.

В уравнения (111) и (124) для расчета предельных погрешностей из эксплуатационных требований входят погрешности не-

* Нормаль разработана на основе результатов, полученных С. В. Тарасовым при исследовании точности изготовления часовых зубчатых колес.

скольких размеров: окружных шагов, межцентровые расстояния и эксцентриситеты. Наиболее целесообразно по этим уравнениям рассчитывать предельную величину сближения зубчатых венцов ΔA_z , принимая погрешности окружных шагов по нормали. Сравнивая расчетную величину ΔA_z с величиной, определяемой по нормали, можно судить, в какой степени точность изготовления соответствует эксплуатационным требованиям.

Таблица 24

Значения погрешностей ΔA_z по данным нормали НМП5-246-53

Класс точности	Значения ΔA_z при модулях в мм			
	0,05—0,1	0,1—0,15	0,15—0,2	0,2—0,3
1	16 (0,21)	21 (0,17)	27 (0,15)	35 (0,14)
2	22 (0,29)	28 (0,22)	36 (0,20)	46 (0,18)
3	29 (0,39)	37 (0,3)	47 (0,27)	60 (0,24)

В табл. 24 приведены значения $\Delta A_z = (\Delta A + 2e)$ в микронах, подсчитанные по данным нормали, характеризующие точность изготовления. В скобках указаны значения в долях модуля.

Величина ΔA_z , получаемая из эксплуатационных требований, зависит не только от модуля, но и от чисел зубьев, колеса и триба. Это видно из приведенных выше уравнений (109), (110) и др.

Значения предельных погрешностей окружных шагов подсчитываем по разности соседних шагов, указанных в нормали, принимая, что $\Delta t = \frac{\delta t}{2}$ (в микронах). Они приведены в табл. 25.

В скобках даны значения погрешностей в долях модуля.

Таблица 25

Значения предельных погрешностей Δt по данным нормали НМП5-246-53

Класс точности	Значения Δt при модулях в мм			
	0,05—0,1	0,1—0,15	0,15—0,2	0,2—0,3
1	3,5 (0,047)	4,5 (0,036)	6 (0,034)	7,5 (0,03)
2	4,5 (0,06)	6 (0,048)	7,5 (0,043)	9,5 (0,038)
3	6 (0,08)	7,5 (0,06)	9,5 (0,054)	12 (0,048)

В табл. 26 приведены значения ΔA_z в долях модуля, найденные по номограммам, для различных значений предельных погрешностей окружных шагов, взятых из табл. 25.

По данным табл. 24 и 26 построены зависимости $\Delta A_z = f(m)$, представленные на фиг. 118. Кривые, отражающие точность тех-

Значения ΔA_z , рассчитанные по номограммам

$\frac{z_1}{z_2}$	Класс точности	Значения ΔA_z при модулях			
		0,05—0,1	0,1—0,15	0,15—0,2	0,2—0,3
$\frac{30}{6}$	1	0,07	0,085	0,09	0,095
	2	0,04	0,066	0,075	0,08
	3	0,005	0,04	0,05	0,065
$\frac{64}{8}$	1	0,178	0,2	0,202	0,21
	2	0,15	0,174	0,184	0,193
	3	0,11	0,15	0,16	0,174
$\frac{90}{16}$	1	0,31	0,35	0,36	0,37
	2	0,25	0,3	0,32	0,34
	3	0,165	0,26	0,29	0,30

нологических процессов (по табл. 24), проведены штриховыми линиями, а кривые, отражающие условие предотвращения скольжения (по табл. 26), — сплошными.

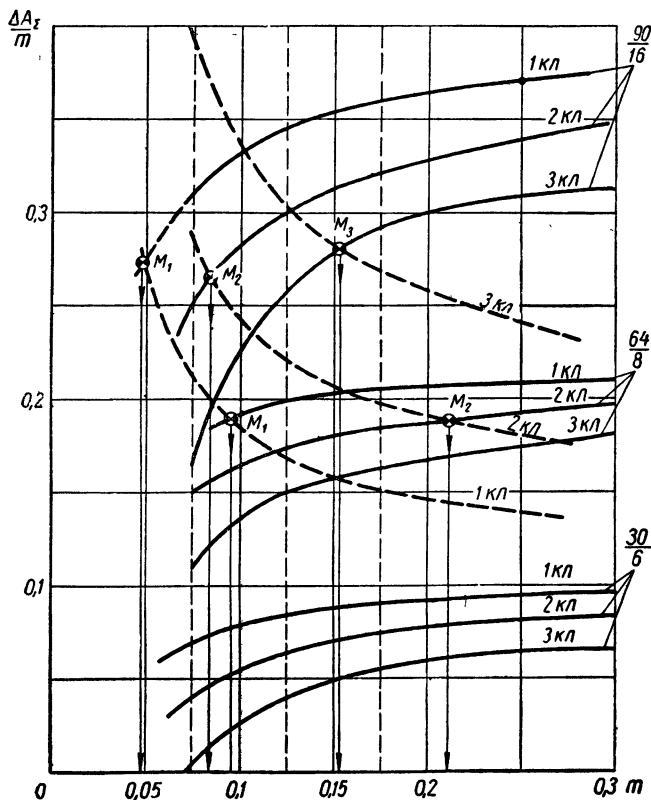
Из графиков видно, что в зацеплении $\frac{30}{6}$ при существующей точности технологического процесса невозможно предотвратить скольжение вершины зуба колеса, так как расчетные величины ΔA_z меньше соответствующих значений, определяемых условиями изготовления. С увеличением числа зубьев триба расчетные значения ΔA_z увеличиваются, и для модулей, лежащих правее точек пересечения $M_1, M_2, M_3...$ кривых, значения этих погрешностей могут быть выдержаны соответствующими технологическими процессами. В зацеплении $\frac{90}{16}$ практически нет скольжения вершины зуба колеса.

Таблица 27

Значения ΔA_z , рассчитанные по номограмме

$\frac{z_1}{z_2}$	Класс точности	Значения ΔA_z при модулях			
		0,05—0,1	0,1—0,15	0,15—0,2	0,2—0,3
$\frac{30}{6}$	1	+0,27	0,29	0,295	0,3
	2	+0,24	0,26	0,28	0,29
	3	+0,2	0,24	0,25	0,27
$\frac{90}{16}$	1	0,09	0,160	0,175	0,195
	2	0,01	0,09	0,115	0,145
	3	—	0,01	0,055	-0,09

В табл. 27 представлены значения ΔA_z в долях модуля, найденные по номограммам (фиг. 116 и 117), для зубчатых передач $\frac{30}{6}$ и $\frac{90}{16}$ из условия предупреждения заклинивания,

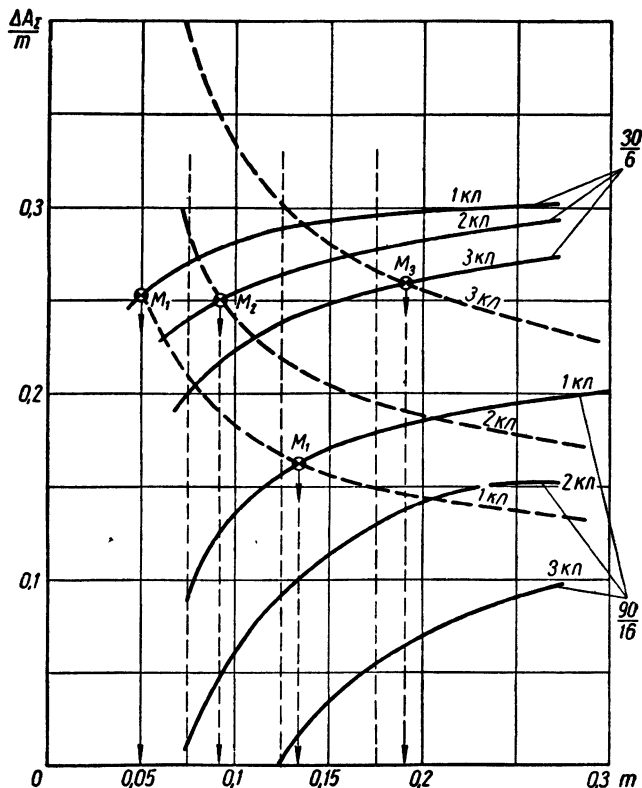


Фиг. 118. Сопоставление кривых $\Delta A = f(m)$, отражающих точность технологических процессов изготовления колес (штриховые линии), с кривыми $\Delta A = f(m)$, полученными из условий предупреждения скольжения зубьев (сплошные линии).

Графики, построенные по данным табл. 24 и 27, представлены на фиг. 119. Из графиков видно, что с увеличением числа зубьев триба при одновременном уменьшении модуля вероятность заклинивания увеличивается. Для предотвращения заклинивания требуется очень точное соблюдение межцентровых расстояний и значительное уменьшение радиальных биений. С уменьшением числа зубьев триба вероятность заклинивания уменьшается. Точки пересечения $M_1, M_2, M_3 \dots$ кривых, так же, как и на фиг. 118, определяют предельные значения модулей. Для модулей, лежащих

правее этих значений, технологические процессы могут обеспечить взаимозаменяемость из условия предупреждения заклинивания.

Пользуясь приведенным методом сопоставления эксплуатационных и технологических данных в отношении точности зубчатых зацеплений, можно решить вопрос о состоянии взаимозаменяемо-



Фиг. 119. Сопоставление кривых $\Delta A = f(m)$, отражающих точность технологических процессов изготовления колес (штриховые линии), с кривыми $\Delta A = f(m)$, полученными из условия предупреждения заклинивания зубьев (сплошные линии).

сти. Можно установить также, насколько требуется повысить точность соответствующих технологических процессов для обеспечения полной взаимозаменяемости, исходя из тех или иных эксплуатационных требований.

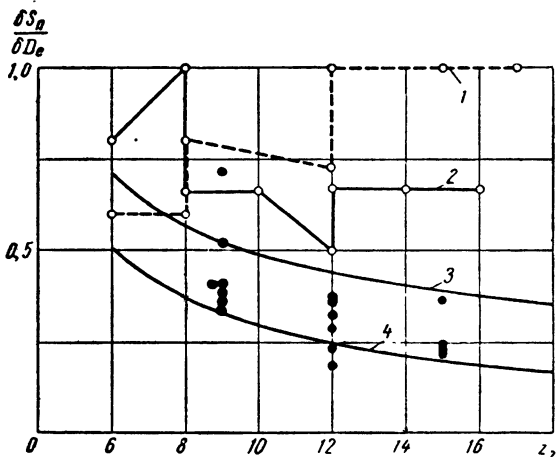
РАСЧЕТ ДОПУСКОВ ИЗ УСЛОВИЙ ЗУБООБРАЗОВАНИЯ ПРИ НАРЕЗАНИИ КОЛЕС И ТРИБОВ

Этот расчет распространяется на размеры, не оказывающие непосредственного влияния на эксплуатационные характеристики передачи. К ним относятся диаметры окружностей выступов и

впадин и толщина зуба. Эти размеры легко проконтролировать. По ним можно судить об основных размерах, таких как диаметр окружности центров дуг головок зубьев.

Для расчета допусков необходимо определить уравнения связи между размерами из условий нарезания зубьев существующими методами. Очевидно, что при смещениях фрезы будут закономерно изменяться диаметр окружности выступов, толщина зуба и другие размеры. Между размерами будут существовать определенные зависимости.

До последнего времени часовые заводы не располагали необходимыми материалами для обоснованного назначения допусков.



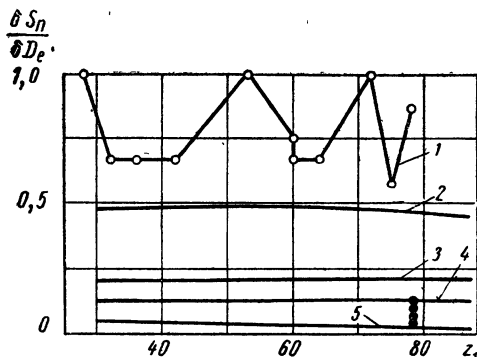
Фиг. 120. Сопоставление расчетных величин $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ для трибов (кривые 3, 4) с заводскими (кривые 1, 2) и экспериментальными (темные кружки).

Установленные на размеры допуски не отражали существующих между ними зависимостей. В подтверждение этого укажем на отсутствие какой-либо зависимости между допусками на толщину зубьев колес и на диаметры окружностей выступов, проставленными в чертежах на наручные часы калибра 26 мм и др. (фиг. 120 и 121). Ломаные линии 1 и 2, характеризующие изменение величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ трибов часовых механизмов К-26, Т-18 (штриховая линия на фиг. 120) и К-36 (сплошная линия), построены по заводским данным. Легко видеть, что представленные зависимости не отражают какой-либо закономерности.

Таким образом, для расчета допусков на неосновные размеры часовой зубчатой передачи необходимо установить действительные соотношения между отклонениями размеров зубчатого венца

колеса или триба, при нарезании зубьев как методом деления, так и методом обката. Эти соотношения позволят определить также характер поля допуска профиля зуба колеса или триба.

Зависимость между отклонениями диаметра окружности выступов и толщины зуба при нарезании трибов методом деления. При



Фиг. 121. Сопоставление расчетных величин $\frac{\delta S_n}{\delta D_e}$ для ведущих колес (кривые 2, 3, 4, 5) с заводскими (кривая 1) и экспериментальными (темные кружки).

нарезании зубчатых колес методом деления дисковая фреза прорезает впадины, образуя профили зубьев при неподвижном положении заготовки. Смещение профиля зуба происходит в этом случае вследствие смещений фрезы в радиальном и осевом направлениях.

Радиальное смещение происходит от неточной установки фрезы в радиальном направлении относительно оси триба и от ее радиального биения.

Осевое смещение происходит от неточной установки фрезы в осевом направлении относительно диаметральной плоскости триба и от ее торцового биения.

В общем случае фреза будет иметь и радиальное и осевое смещения.

Рассмотрим вначале только радиальное смещение фрезы Δh к центру заготовки триба от некоторого номинального положения AA до положения BB (фиг. 122).

Происходящее от этого уменьшение радиусов окружности выступов и окружности центров дуг зубьев, а также толщины зуба по общей нормали обозначим соответственно через ΔR_e , ΔR_c и ΔS_n .

Определим сначала зависимость величины изменения радиуса окружности выступов ΔR_e от величины смещения фрезы Δh . Для этого продифференцируем по h (h определяет положение фрезы относительно оси заготовки) уравнение, полученное из $\triangle OC_1A$:

$$R_e^2 = \rho^2 - R_c^2 + 2R_e R_c \cos \beta. \quad (125)$$

После дифференцирования получаем

$$\begin{aligned} R_e \frac{dR_e}{dh} = & -R_c \frac{dR_c}{dh} + \frac{dR_e}{dh} R_c \cos \beta + \\ & + R_e \frac{dR_c}{dh} \cdot \cos \beta - R_e R_c \sin \beta \frac{d\beta}{dh}. \end{aligned} \quad (126)$$

Из треугольника OC_1D находим

$$h = R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right); \quad (127)$$

$$m = R_c \sin\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right). \quad (128)$$

Дифференцируя уравнения (127) и (128) по h и учитывая, что $\frac{dh}{dh} = -1$ (так как $\Delta h < 0$), получаем

$$-1 = \frac{dR_c}{dh} \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) - R_c \sin\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) \frac{d\beta}{dh}; \quad (129)$$

$$0 = \frac{dR_c}{dh} \sin\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) + R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) \frac{d\beta}{dh}. \quad (130)$$

Из уравнений (129) и (130) находим

$$\frac{d\beta}{dh} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right)}{R_c}; \quad (131)$$

$$\frac{dR_c}{dh} = -\cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right). \quad (132)$$

Подставляя найденные значения $\frac{d\beta}{dh}$ и $\frac{dR_c}{dh}$ в уравнение (126) и решая его относительно $\frac{dR_e}{dh}$, получим

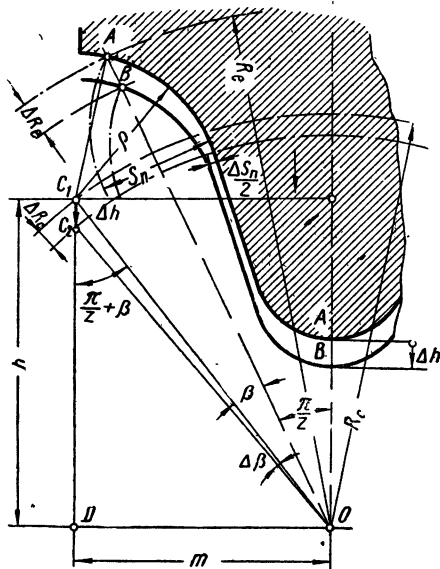
$$\frac{dR_e}{dh} = \frac{R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) - R_e \cos \frac{\pi}{z}}{R_e - R_c \cos \beta}. \quad (133)$$

Зависимость величины изменения толщины зуба по общей нормали s_n от величины радиального смещения фрезы Δh найдем из уравнения, вывод которого дан в гл. I:

$$s_n = 2\varphi - 2R_c \sin \beta. \quad (134)$$

Дифференцируя уравнение (134) по h , получаем

$$\frac{ds_n}{dh} = -2 \frac{dR_c}{dh} \sin \beta - 2R_c \cos \beta \frac{d\beta}{dh}. \quad (135)$$



Фиг. 122. Схема к расчету величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при радиальном смещении дисковой фрезы.

Подставляя в уравнение (135) найденные ранее значения $\frac{dR_e}{dh}$ и $\frac{d\beta}{dh}$, получим окончательно

$$\frac{ds_n}{dh} = -2 \sin\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) \cos \beta + 2 \sin \beta \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) = -2 \sin \frac{\pi}{z}. \quad (136)$$

Из уравнений (133) и (136) получаем уравнение, связывающее величины изменений толщины зуба триба и диаметра выступов при радиальном смещении фрезы

$$\frac{ds_n}{dD_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin \frac{\pi}{z}}{R_e \cos \frac{\pi}{z} - R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right)}. \quad (137)$$

По уравнению (137), заменяя дифференциал допуском, можно определить допуск на толщину зуба триба при известном допуске на диаметр выступов в случае, если осевое смещение фрезы относительно центрального положения пренебрежимо мало

$$\delta s_n = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin \frac{\pi}{z}}{R_e \cos \frac{\pi}{z} - R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right)} \delta D_e. \quad (138)$$

Полученная формула распространяется также и на зубчатые колеса, нарезаемые дисковыми фрезами.

Пример. Подсчитаем соотношение между δs_n и δD_e для триба минутной стрелки наручных часов калибра 26 мм $z = 12$, $R_e = 0,6802$ мм; $R_c = 0,600$ мм; $\beta = 1^\circ 56'$; $\frac{\pi}{z} + \beta = 16^\circ 56'$.

Подставляя в уравнение (138) численные значения, получим

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(0,6802 - 0,600 \cdot 0,9994) \cdot 0,2588}{0,6802 \cdot 0,9659 - 0,600 \cdot 0,956} \approx 0,23,$$

или

$$\delta s_n = 0,23 \delta D_e.$$

Если, например, $\delta D_e = 0,025$ мм, то $\delta s_n = 0,23 \cdot 0,025 = 0,006$ мм.

Величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$, рассчитанные по формуле (138) для трибов, даны в табл. 28.

Таблица 28

Расчетные значения величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$

z_2	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	0,5	0,427	0,374	0,332	0,299	0,273	0,250	0,216	0,189	0,168

По данным табл. 28 построена кривая 4 (см. фиг. 120).

Из графика видно, что при радиальных смещениях дисковой фрезы допуск на толщину зуба при одном и том же допуске на диаметр выступов уменьшается с увеличением числа зубьев триба.

Выведенные формулы и зависимости можно применять при нарезании колес и трибов методом деления в том случае, если торцовое биение фрезы намного меньше ее радиального смещения и им можно пренебречь.

Осевое смещение фрезы. Теперь рассмотрим осевое смещение фрезы Δm при отсутствии радиального смещения (фиг. 123). Изменения размеров R_e , R_c и s_n обозначим, как и прежде, через ΔR_e , ΔR_c и Δs_n .

Определим вначале зависимость величины изменения радиуса окружности выступов ΔR_e от величины осевого смещения фрезы Δm .

Для этого продифференцируем уравнение (125) по m

$$(R_e - R_c \cos \beta) \frac{dR_e}{dm} = (R_e \cos \beta - R_c) \frac{dR_c}{dm} - R_e R_c \sin \beta \frac{d\beta}{dm}. \quad (139)$$

Производные $\frac{dR_c}{dm}$ и $\frac{d\beta}{dm}$ можно определить из уравнений (127) и (128), производя дифференцирование по m :

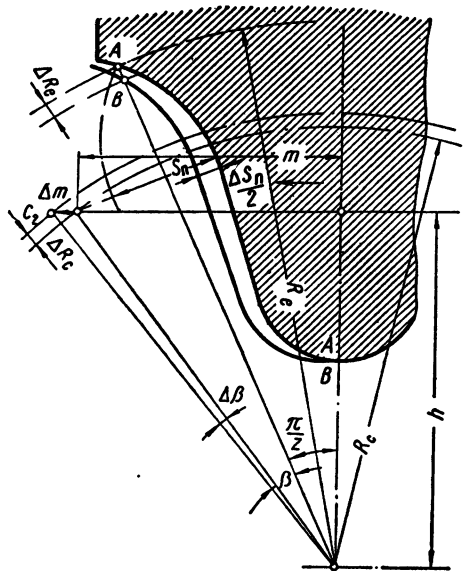
$$0 = \frac{dR_c}{dm} \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) + R_c \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) \frac{d\beta}{dm}; \quad (141)$$

$$1 = \frac{dR_e}{dm} \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) - R_c \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) \frac{d\beta}{dm}. \quad (140)$$

Из уравнений (140) и (141) находим:

$$\frac{d\beta}{dm} = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right)}{R_c}; \quad (142)$$

$$\frac{dR_c}{dm} = \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right). \quad (143)$$



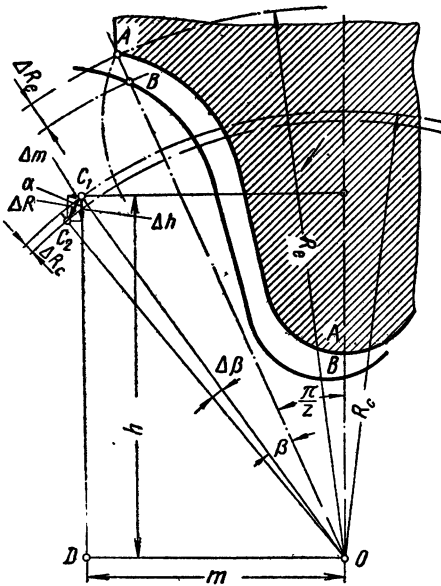
Фиг. 123. Схема к расчету величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при осевом смещении дисковой фрезы.

Подставляя найденные значения $\frac{d\beta}{dm}$ и $\frac{dR_c}{dm}$ в уравнение (139) и решая его относительно $\frac{dR_e}{dm}$, получаем

$$\frac{dR_e}{dm} = \frac{R_e \sin \frac{\pi}{z} - R_c \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right)}{R_e - R_c \cos \beta} \quad (144)$$

Зависимость величины изменения голщины зуба s_n по общей нормали от величины осевого смещения фрезы Δm , найдем из уравнения (134), дифференцируя его по m :

$$\frac{ds_n}{dm} = -2 \frac{dR_c}{dm} \sin \beta - 2R_c \cos \beta \frac{d\beta}{dm} \quad (145)$$



Фиг. 124. Схема к расчету величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при радиальном и осевом смещениях дисковой фрезы.

и ΔR соответственно осевое, радиальное и результирующее смещения фрезы.

Последовательность вывода окончательной формулы та же, что и в предыдущих двух случаях.

Определяем вначале зависимость отклонения радиуса окружности выступов ΔR_e от величины результирующего (суммарного) сме-

Подставляя в уравнение (145) значения $\frac{d\beta}{dm}$ и $\frac{dR_c}{dm}$ из уравнений (142) и (143), получаем окончательно

$$\frac{ds_n}{dm} = -2 \cos \frac{\pi}{z} \quad (146)$$

Уравнение, связывающее величины изменений голщины зуба триба и диаметра выступов при осевом смещении фрезы, получаем из уравнений (144) и (146):

$$\frac{\delta s_n}{D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \cos \frac{\pi}{z}}{R_c \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) - R_e \sin \frac{\pi}{z}} \quad (147)$$

Радиальное и осевое смещения фрезы. Рассмотрим теперь общий случай, когда фреза одновременно смещена и в радиальном и в осевом направлениях (фиг. 124). Обозначим через Δm , Δh

щения фрезы ΔR . Продифференцировав по R уравнение (125), получим

$$(R_e - R_c \cos \beta) \frac{dR_e}{dR} = (R_e \cos \beta - R_c) \frac{dR_c}{dR} - R_e R_c \sin \beta \frac{d\beta}{dR}. \quad (148)$$

Производные $\frac{dR_c}{dR}$ и $\frac{d\beta}{dR}$ можно найти из уравнений (127) и (128), дифференцируя их по R :

$$\frac{dh}{dR} = \frac{dR_c}{dR} \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) - R_c \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) \frac{d\beta}{dR}; \quad (149)$$

$$\frac{dm}{dR} = \frac{dR_c}{dR} \sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) + R_c \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right) \frac{d\beta}{dR}. \quad (150)$$

Произведем следующую замену (см. фиг. 124):

$$\frac{dh}{dR} = -\cos \alpha \quad \text{и} \quad \frac{dm}{dR} = \sin \alpha.$$

Знак минус перед $\cos \alpha$ учитывает уменьшение размера h с увеличением ΔR . Величины $\frac{dh}{dR}$ и $\frac{dm}{dR}$ определяются из технологических соображений.

Из уравнений (149) и (150) находим значения производных $\frac{dR_c}{dR}$ и $\frac{d\beta}{dR}$:

$$\frac{dR_c}{dR} = -\cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta + \alpha \right); \quad (151)$$

$$\frac{d\beta}{dR} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{z} + \beta + \alpha \right)}{R_c}. \quad (152)$$

Подставляя найденные значения $\frac{dR_c}{dR}$ и $\frac{d\beta}{dR}$ в уравнение (148), получаем

$$\frac{dR_e}{dR} = \frac{R_c \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta + \alpha \right) - R_e \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta \right)}{R_e - R_c \cos \beta}. \quad (153)$$

Соотношение между величинами Δs_n и ΔR получим, продифференцировав уравнение (134), используя зависимости (151) и (152):

$$\frac{ds_n}{dR} = -2 \sin \left(\frac{\pi}{z} + \alpha \right). \quad (154)$$

Из уравнений (153) и (154) получаем уравнение, представляющее искомую зависимость между допуском на толщину зуба и до-

пуском на диаметр окружности выступов при произвольном смещении фрезы

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin \left(\frac{\pi}{z} + \alpha \right)}{R_e \cos \left(\frac{\pi}{z} + \alpha \right) - R_c \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta + \alpha \right)}. \quad (155)$$

Полученная формула является общей. Она распространяется на рассмотренные ранее случаи. Так, для случая радиального смещения фрезы при $\alpha = 0$ она переходит в формулу (137). Для случая осевого смещения фрезы при $\alpha = 90^\circ$ получается формула (147).

Величина угла α зависит от соотношения между осевым и радиальным смещениями фрезы.

Угол α можно рассчитать по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta m}{\Delta h} = \frac{e_m}{e_p + \delta h}, \quad (156)$$

где e_m — половина торцового биения фрезы;

e_p — половина радиального биения фрезы (эксцентricитет);

δh — допуск на установку фрезы в радиальном направлении.

За величину осевого смещения Δm при расчете следует принимать только половину торцового биения фрезы. Небольшое смещение фрезы в осевом направлении не влияет на толщину зуба и диаметр окружности выступов. Такое смещение приводит лишь к нарушению симметрии зуба относительно радиального направления.

Величина радиального смещения фрезы Δh складывается из радиального смещения фрезы при установке и из половины ее радиального биения. Поэтому радиальное смещение фрезы в несколько раз больше осевого.

Пример. Рассчитаем величину $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ по формуле (155) для триба $z = 12$ ($R_e = 0,6802$, $R_c = 0,600$, $\beta = 1^\circ 56'$). Принимаем $e_p = 0,005$ мм, $e_m = 0,005$ мм и $\delta h = 0,02$ мм.

Определяем угол α по формуле (156):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,005}{0,005 + 0,02} = \frac{0,005}{0,025} = 0,2,$$

откуда $\alpha = 11^\circ 20'$.

По формуле (155) находим

$$\begin{aligned} \delta s_n &= \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin \left(\frac{\pi}{z} + \alpha \right)}{R_e \cos \left(\frac{\pi}{z} + \alpha \right) - R_c \cos \left(\frac{\pi}{z} + \beta + \alpha \right)} \delta D_e = \\ &= \frac{(0,6802 - 0,600 \cdot 0,9994) \cdot 0,4334 \delta D_e}{0,6802 \cdot 0,8962 - 0,600 \cdot 0,8809} = 0,439 \delta D_e. \end{aligned}$$

Расчет показывает, что даже с учетом торцового биения допуск

на толщину зуба составляет всего лишь 0,44 от допуска на диаметр окружности выступов.

В табл. 29 приведены значения $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ и $\frac{\delta D_e}{\delta s_n}$ при $\alpha = 11^\circ 20'$, подсчитанные для трибов с разными числами зубьев (см. также кривую 3 на фиг. 120).

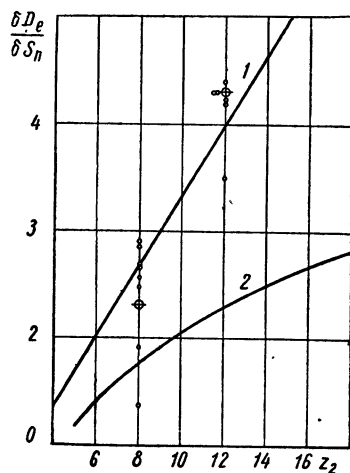
Таблица 29

Расчетные значения величин $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ и $\frac{\delta D_e}{\delta s_n}$

z_2	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	0,7137	0,6257	0,5714	0,5252	0,4909	0,4591	0,4390	0,4014	0,3762	0,3538
$\frac{\delta D_e}{\delta s_n}$	1,401	1,598	1,750	1,904	2,037	2,178	2,278	2,491	2,658	2,826

Соответствующие зависимости при $\alpha = 11^\circ 20'$ показаны на фиг. 125. Кривая 1 относится к случаю радиального смещения фрезы, кривая 2 — к общему случаю.

Уравнение (155) было проверено следующим образом. В механическом цехе 2 МЧЗ были нарезаны методом деления трибы минутной стрелки (фиг. 126) и вексельные трибы наручных часов калибра 26 мм при различных положениях фрезы относительно оси оправки. После этого на универсальном микроскопе (УИМ-21) были измерены по всем зубьям диаметры окружностей выступов и толщины зубьев всех трибов. Результаты измерений трибов минутной стрелки даны в табл. 30; результаты измерений вексельных трибов — в табл. 31. Приняв диаметры и толщины зубьев первого триба за начальные, соответствующие исходному положению фрезы были подсчитаны отклонения диаметров (ΔD_e) и толщин зубьев (Δs_n) вследствие радиального смещения фрезы для последующих трибов. Подсчитанные по средним значениям $D_{e\text{cp}}$ и $s_{n\text{cp}}$ величины ΔD_e и Δs_n приведены в табл. 32 для триба минутной стрелки и в табл. 33 для вексельного триба. Величины $\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$ из табл. 32 и 33 и их средние значения показаны на фиг. 120.



Фиг. 125. Сопоставление расчетной величины отношения допуска на диаметр окружности выступов к допуску на толщину зуба (1, 2) с данными эксперимента (отдельные точки).

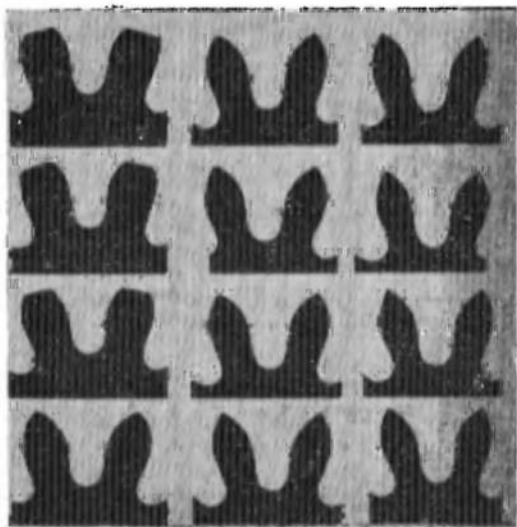
Результаты измерений трибов минутной стрелки
наручных часов калибра 26 мм

Обозначение размеров	№№ трибов								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D_{e1}	2,096	2,083	2,069	2,044	2,029	2,007	1,980	1,954	1,948
D_{e2}	2,102	2,085	2,066	2,046	2,027	2,005	1,984	1,962	1,951
D_{e3}	2,088	2,080	2,067	2,044	2,021	2,008	1,983	2,960	1,949
D_{e4}	2,105	2,083	2,062	2,043	2,027	2,006	1,970	1,958	1,950
D_{e5}	2,090	2,081	2,065	2,046	2,024	2,010	1,974	1,958	1,942
D_{e6}	2,108	2,083	2,062	2,043	2,028	2,004	1,982	1,965	1,945
D_{ecp}	2,093	2,082	2,065	2,044	2,026	2,007	1,978	1,960	1,949
S_{n1}	0,224	0,221	0,214	0,212	0,205	0,199	0,197	0,198	0,186
S_{n7}	0,226	0,220	0,216	0,212	0,203	0,199	0,197	0,190	0,187
S_{n2}	0,223	0,221	0,216	0,210	0,208	0,206	0,197	0,193	0,192
S_{n8}	0,222	0,222	0,218	0,210	0,206	0,204	0,197	0,192	0,191
S_{n3}	0,222	0,217	0,213	0,210	0,210	0,201	0,196	0,187	0,191
S_{n9}	0,220	0,220	0,214	0,208	0,205	0,205	0,198	0,192	0,189
S_{n4}	0,224	0,220	0,213	0,213	0,206	0,203	0,197	0,192	0,187
S_{n10}	0,221	0,224	0,211	0,211	0,204	0,204	0,196	0,192	0,188
S_{n5}	0,222	0,218	0,211	0,211	0,205	0,199	0,194	0,190	0,185
S_{n11}	0,223	0,221	0,210	0,208	0,204	0,204	0,194	0,191	0,188
S_{n6}	0,220	0,217	0,215	0,210	0,208	0,200	0,196	0,192	0,184
S_{n12}	0,222	0,214	0,214	0,210	0,204	0,202	0,196	0,191	0,190
S_{ncp}	0,222	0,220	0,214	0,210	0,206	0,202	0,196	0,191	0,188

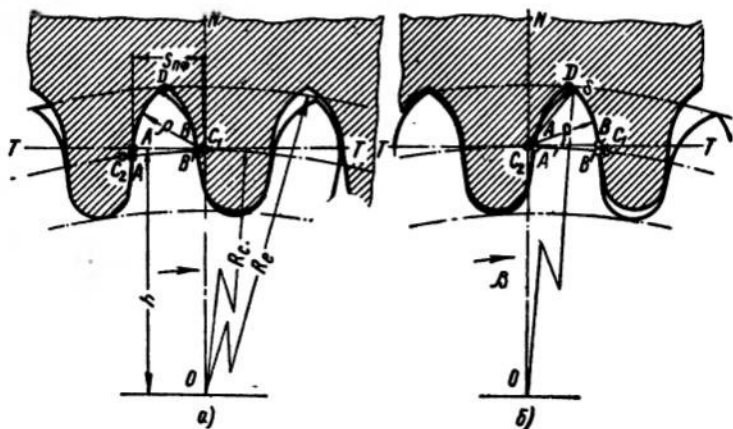
Как видно из фиг. 120, полученные экспериментально значения $\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$ расположились в зоне расчетных кривых 3 и 4. Положение их в этой зоне зависит от действительного соотношения между торцовым и радиальным биениями фрезы, а также и от ее радиального смещения. Полученные результаты довольно близки к расчетным значениям.

Определение зависимости между отклонениями диаметров окружности выступов и окружности центров дуг головок зубьев. Эту зависимость можно получить из уравнений (132) и (133), исключив из них величину dh

$$\frac{\partial R_e}{\partial R_c} = \frac{R_c \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right) - R_e \cdot \cos \frac{\pi}{z}}{(R_e - R_c \cdot \cos \beta) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} + \beta\right)}$$



Фиг. 126. Увеличенное изображение профилей зубьев трибов, соответствующих различным положениям дисковой фрезы относительно оси заготовки.



Фиг. 127. Схема для определения изменения толщины зуба по отношению к изменению диаметра окружности выступов при радиальном смещении червячной фрезы.

Таблица 31

Результаты измерений вексельных трибов наручных часов калибра 26 мм

Обозначение размеров	№№ трибов								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D_{e1}	1,913	1,894	1,884	1,837	1,801	1,817	1,783	1,745	1,703
D_{e2}	1,906	1,894	1,879	1,851	1,831	1,816	1,785	1,739	1,698
D_{e3}	1,893	1,895	1,882	1,846	1,811	1,816	1,781	1,741	1,694
D_{e4}	1,907	1,894	1,874	1,841	1,822	1,812	1,781	1,741	1,702
$D_{e\text{ср}}$	1,905	1,894	1,880	1,844	1,816	1,815	1,782	1,741	1,699
s_{n1}	0,315	0,304	0,298	0,293	0,270	0,279	0,271	0,255	0,242
s_{n5}	0,311	0,301	0,308	0,279	0,283	0,276	0,268	0,263	0,248
s_{n2}	0,308	0,312	0,297	0,289	0,270	0,277	0,264	0,256	0,244
s_{n6}	0,322	0,301	0,303	0,302	0,306	0,288	0,276	0,257	0,242
s_{n3}	0,311	0,302	0,302	0,289	0,271	0,276	0,267	0,253	0,242
s_{n7}	0,312	0,318	0,302	0,286	0,277	0,280	0,257	0,261	0,243
s_{n4}	0,312	0,309	0,297	0,287	0,270	0,277	0,267	0,257	0,247
s_{n8}	0,319	0,302	0,300	0,297	0,300	0,279	0,276	0,252	0,239
$s_{n\text{ср}}$	0,314	0,306	0,301	0,289	0,281	0,279	0,268	0,257	0,248

Таблица 32

Подсчет величины $\frac{\Delta D_e}{\Delta s_n}$ по данным табл. 30

$\Delta D_e = D_{ei\text{ср}} - D_{e1\text{ср}} $	0,011	0,028	0,049	0,067	0,086	0,0115	0,133	0,144
$\Delta s_n = s_{ni\text{ср}} - s_{n1\text{ср}} $	0,002	0,008	0,012	0,016	0,020	0,026	0,031	0,034
$\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$	0,182	0,286	0,245	0,238	0,233	0,226	0,233	0,236
$\frac{\Delta D_e}{\Delta s_n}$	5,5	3,5	4,08	4,2	4,3	4,42	4,3	4,24
	$\left \frac{\Delta D_e}{\Delta s_n} \right _{\text{ср}} = 4,31$				$\left \frac{\delta s_n}{\delta D_e} \right _{\text{ср}} = 0,232$			

Подсчет величины $\frac{D_e}{\Delta s_n}$ по данным табл. 31

$\Delta D_e = D_{ei\text{ }cp} - D_{e1\text{ }cp}$	0,011	0,025	0,061	0,089	0,090	0,123	0,164	0,206
$\Delta s_n = s_{ni\text{ }cp} - s_{n1\text{ }cp}$	0,008	0,013	0,025	0,033	0,035	0,046	0,057	0,071
$\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$	0,727	0,52	0,41	0,371	0,39	0,374	0,347	0,345
$\frac{\Delta D_e}{\Delta s_n}$	1,375	1,923	2,44	2,697	2,571	2,674	2,877	2,901
	$\left \frac{\Delta D_e}{\Delta s_n} \right _{cp} = 2,432$		$\left \frac{\delta s_n}{\Delta D_e} \right _{cp} = 0,41$					

Пользуясь этой формулой, можно по допуску на диаметр окружности центров дуг рассчитать величину допуска на диаметр окружности выступов.

Определение зависимости между отклонениями диаметра окружности выступов и толщины зуба при нарезании колес методом обкатки.

В положении, когда центры C_1 и C_2 дуг режущей кромки фрезы находятся на прямой ON , перпендикулярной к оси фрезы (фиг. 127), режущая кромка DA фрезы придает окончательную форму левому профилю зуба колеса (фиг. 127, а), а режущая кромка DB — правому профилю (фиг. 127, б).

При установке фрезы и в процессе зубонарезания неизбежны как радиальные, так и осевые смещения фрезы относительно номинального положения, приводящие к отклонениям радиусов окружностей выступов и впадин, а также толщины зубьев.

Радиальное смещение фрезы складывается из смещения ее при установке и из радиального биения.

Осевое смещение режущих кромок фрезы относительно их мгновенных номинальных положений складывается из торцового биения фрезы и из погрешностей ее торцовых шагов. В общем случае режущие кромки фрезы будут смещены как в радиальном, так и в осевом направлениях.

Радиальное смещение фрезы. Величину изменения диаметра выступов колеса при радиальных смещениях фрезы можно определить из уравнения (125), дифференцируя его по h — величине, определяющей положение фрезы относительно оси заготовки.

При дифференцировании следует учитывать, что $\frac{dR_c}{dh} = 1$, так как в момент образования профиля зуба центр дуги половки зуба колеса лежит на радиальной прямой ON (см. фиг. 127), совпадающей с направлением смещения фрезы. Неизменным остается также и угол β , поэтому $\frac{d\beta}{dh} = 0$.

В результате дифференцирования получаем

$$(R_e - R_c \cdot \cos \beta) \cdot \frac{dR_e}{dh} = R_e \cdot \cos \beta - R_c. \quad (157)$$

Теперь определим изменение толщины зуба колеса $\frac{ds_n}{dh}$ при радиальном смещении фрезы. При этом следует учитывать, что толщина зуба колеса, нарезаемого методом обкатки, определяется в основном шириной впадины между зубьями фрезы $s_{n\beta} = AB$, измеренной по делительной прямой исходного контура рейки, и не может быть больше этой величины.

В случае, если начальная прямая $I - I$ рейки касается делительной окружности нарезаемого колеса, толщина зуба колеса будет равна ширине впадины между зубьями фрезы, так как скорости вступающих в контакт точек A и B на режущей кромке фрезы A' и B' на профилях зуба колеса будут одинаковыми. Это объясняется тем, что угловые скорости заготовки и червячной фрезы при нарезании зубьев методом обкатки рассчитываются из условия чистого качения начальной прямой рейки по делительной окружности нарезаемого колеса.

При смещении фрезы, а следовательно, и начальной прямой рейки к центру заготовки равенство скоростей точек A и B и точек A' и B' нарушается. Начальная прямая рейка будет соприкасаться с окружностью радиуса меньшего, чем радиус делительной окружности. Точки этой окружности будут иметь соответственно и меньшие окружные скорости.

По этой причине толщина зуба колеса s_n будет меньше ширины впадины фрезы между точками A и B .

Определим величину, на которую уменьшится толщина зуба колеса вследствие отмеченной разности скоростей сопряженных точек фрезы и заготовки. Скорость v точек режущей кромки фрезы в осевом направлении постоянна. Линейная скорость точек заготовки изменяется пропорционально их расстоянию от центра заготовки колеса.

Скорость точек, лежащих на делительной окружности радиуса R , принимаем равной скорости точек режущей кромки фрезы в осевом направлении. Тогда скорости v_3 точек заготовки, расположенных ближе к центру на величину Δh (величина радиального смещения фрезы), будут определяться формулой

$$v_3 = \frac{v}{R} (R - \Delta h) = v - v \frac{\Delta h}{R}. \quad (158)$$

Оба профиля зуба — левый и правый — образуются при повороте заготовки на угол OC_1C_2 (см. фиг. 127). Величину относительно-го смещения точек заготовки и режущей кромки фрезы, равную величине уменьшения толщины зуба Δs_n колеса, можно определить из уравнения

$$\Delta s_n = v t - \left(v - v \frac{\Delta h}{R} \right) t = v \frac{\Delta h}{R} t, \quad (159)$$

где t — время, за которое происходит образование обоих профилей зуба.

Время t соответствует продолжительности обката отрезка AB начальной прямой рейки по дуге окружности заготовки и может быть определено по формуле

$$t = \frac{s_n}{v}. \quad (160)$$

Подставляя значение t в формулу (159) и учитывая уравнение (134) для s_n , получим

$$\frac{\Delta s_n}{\Delta h} = \frac{\delta s_n}{\delta h} = \frac{s_n}{R} = \frac{2\rho - 2R_c \sin \beta}{R}. \quad (161)$$

Из уравнений (161) и (157) получаем зависимость между отклонениями толщины зуба и диаметра окружности выступов

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) (2\rho - 2R_c \sin \beta)}{2(R_e \cos \beta - R_c) R}. \quad (162)$$

Для зубчатых колес угол β относительно мал, и $\cos \beta \approx 1$. Учитывая это, получаем

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{2\rho - 2R_c \sin \beta}{2R}. \quad (163)$$

Пример. Подсчитаем величину $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ для колеса с числом зубьев $z_1 = 60$ (при $z_2 = 6$), $m = 0,1$ мм, $R_e = 3,1333$ мм, $R_c = 2,979$ мм; $\angle \beta = 2^\circ 13'$, $\rho = 0,190$ мм, $\sin \beta = 0,0387$; $\cos \beta = 0,9992$, $R = \frac{mz_1}{2} = \frac{0,1 \cdot 60}{2} = 3,0$ мм.

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{2 \cdot 0,190 - 2 \cdot 2,979 \cdot 0,0387}{2 \cdot 3,0} = 0,025.$$

Результат подсчета показывает, что при радиальном смещении фрезы к центру заготовки толщина зуба практически не изменяется.

Осевое смещение фрезы. В общем случае осевое смещение режущих кромок фрезы относительно мгновенных номинальных положений складывается из торцового биения фрезы и из погрешностей торцовых шагов. Однако изменение толщины зубьев и диаметров окружностей выступов и впадин происходит только вследствие торцового биения фрезы.

Определим вначале уравнение, связывающее изменение радиуса окружности выступов колеса с величиной осевого смещения

фрезы Δm . Для этого продифференцируем уравнение (125) по m , учитывая, что $\frac{dR_c}{dm} = 0$:

$$(R_e - R_c \cos \beta) \frac{dR_e}{dm} = -R_e R_c \sin \beta \frac{d\beta}{dm}. \quad (164)$$

Соотношение между отклонением толщины зуба и осевым смещением фрезы можно получить из уравнения (134), продифференцировав его по m :

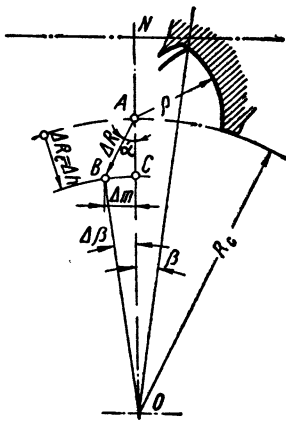
$$\frac{ds_n}{dm} = -2R_c \cos \beta \frac{d\beta}{dm}. \quad (165)$$

Из уравнений (164) и (165) находим

$$\frac{\partial s_n}{\partial D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \cos \beta}{R_e \sin \beta}. \quad (166)$$

Пример. Подсчитаем величину $\frac{\partial s_n}{\partial D_e}$ для колеса с числом зубьев $z_1 = 60$ и $m = 0,1$ мм (см. предыдущий пример)

$$\frac{\partial s_n}{\partial D_e} = \frac{(3,133 - 2,979 \cdot 0,9992) 0,9992}{3,133 \cdot 0,03868} = 1,27.$$



Фиг. 128. Схема к расчету величины $\frac{\partial s_n}{\partial D_e}$ для колеса при одновременном радиальном и осевом смещениях фрезы.

Результат показывает, что при осевом смещении фрезы толщина зуба колеса уменьшается в большей степени, чем диаметр окружности выступов. Однако практически при зубонарезании наблюдается более сложное смещение режущей кромки фрезы, т. е. одновременное радиальное и осевое смещения. При этом радиальное смещение фрезы намного больше осевого.

Радиальное и осевое смещения фрезы. Обозначим, как и прежде через Δm и Δh соответственно осевое и радиальное смещения режущей кромки фрезы, а через ΔR — результирующее смещение. Зависимость между отклонением радиуса окружности выступов и величиной результирующего смещения фрезы выражается уравнением (148). Производные $\frac{dR_c}{dR}$ и $\frac{d\beta}{dR}$, входящие в это уравнение, можно получить из $\triangle ABC$ (фиг. 128):

$$\frac{dR_c}{dR} = -\cos \alpha; \quad (167)$$

$$\frac{d\beta}{dR} = \frac{\sin \alpha}{R_c}. \quad (168)$$

Подставляя найденные значения производных в уравнение (148), получаем

$$\frac{\delta R_e}{\delta R} = \frac{-R_e \cos(\alpha - \beta) + R_c \cos \alpha}{R_e - R_c \cos \beta}. \quad (169)$$

Величину изменения толщины зуба Δs_n получим из уравнения (134), дифференцируя его по R :

$$\frac{ds_n}{dR} = -2 \frac{dR_c}{dR} \sin \beta - 2R_c \cos \beta \frac{d\beta}{dR}. \quad (170)$$

Подставляя в уравнение (170) значения $\frac{dR_c}{dR}$ и $\frac{d\beta}{dR}$ из уравнений (167) и (168), получаем:

$$\frac{ds_n}{dR} = -2 \sin(\alpha - \beta). \quad (171)$$

Величиной изменения толщины зуба вследствие разности скоростей точек начальной прямой рейки инструмента и заготовки можно пренебречь.

Зависимость между отклонением толщины зуба и диаметра окружности выступов получаем из уравнений (169) и (171):

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin(\alpha - \beta)}{-R_e \cos(\alpha - \beta) + R_c \cos \alpha}. \quad (172)$$

Величину угла α можно подсчитать по приведенной ранее формуле (156).

Полученное уравнение (172) является общим. Оно распространяется и на случаи, рассмотренные ранее, так, для осевого смещения фрезы при $\alpha = 90^\circ$ это уравнение переходит в уравнение (166). Для радиального смещения фрезы при $\alpha = 0$ и $\cos \beta \approx 1$ получаем:

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(R_e - R_c \cos \beta) \sin(-\beta)}{-R_e \cos \beta + R_c} \approx \sin \beta.$$

Ввиду малости угла β , $\sin \beta$, а следовательно, и $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ мало, что было установлено ранее, когда учитывалось также уменьшение толщины зуба за счет нарушения равенства скоростей точек заготовки и фрезы.

Пример. Подсчитаем величину $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ по формуле (172) для колеса с числом зубьев $z_1 = 60$ (при $z_2 = 6$);

$$m = 0,1 \text{ мм}; \quad R_e = 3,133 \text{ мм}; \quad R_c = 2,979 \text{ мм};$$

$$\beta = 2^\circ 13'; \quad \sin \beta = 0,0387; \quad \cos \beta = 0,9992; \quad \rho = 0,190 \text{ мм};$$

$$e_m = 0,005 \text{ мм}; \quad e_p = 0,005 \text{ мм}; \quad \delta h_2 = 0,02 \text{ мм}.$$

По формуле (156) определяем угол α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,005}{0,005 + 0,02} = 0,2; \quad \alpha = 11^\circ 20'.$$

По формуле (172) находим

$$\frac{\delta s_n}{\delta D_e} = \frac{(3,133 - 2,979 \cdot 0,9992) \sin 9^\circ 7'}{-3,133 \cos 9^\circ 7' + 2,979 \cdot 0,98} = 0,15.$$

Результат показывает, что в данном случае допуск на диаметр окружности выступов должен быть в 7 раз $\left(\frac{1}{0,15}\right)$ больше допуска на толщину зуба.

Таблица 34

Расчетные значения величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $i=5$; $\alpha = 11^\circ 20'$

z_1	30	40	50	60	70	80	90
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	0,124	0,121	0,119	0,121	0,118	0,118	0,110

Таблица 35

Расчетные значения величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $z_2 = 6$; $\alpha = 11^\circ 20'$

i	6	7	8	9	10
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	0,118	0,119	0,124	0,126	0,137

Таблица 36

Расчетные значения величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $i = 5$; $\alpha = 16^\circ 40'$

z_1	30	60	90
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	~0,2	~0,2	~0,2

Таблица 37

Расчетные значения величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $i = 5$; $\alpha = 45^\circ$

z_1	30	60	90
$\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$	0,48	0,48	0,44

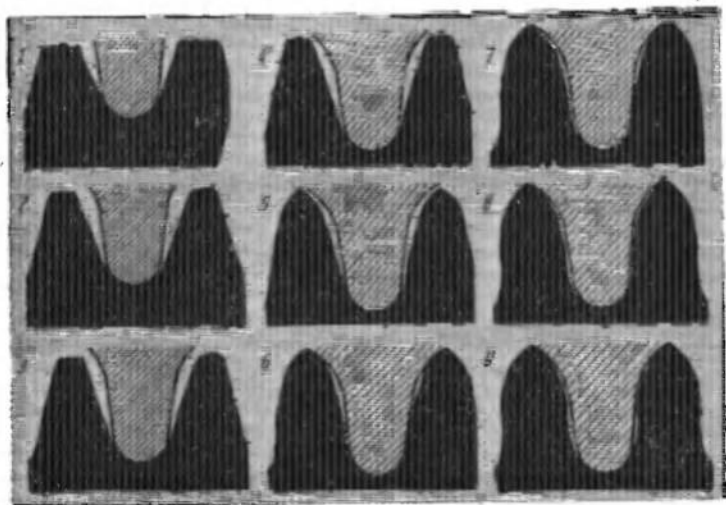
В табл. 34 приведены результаты расчета отношения $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ по формуле (172) для колес с различным числом зубьев при $i = 5$ и $\alpha = 11^\circ 20'$.

В табл. 35 приведены значения $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$, подсчитанные для колеса при $z_2 = 6$ и $\alpha = 11^\circ 20'$, но для различных передаточных отношений.

В табл. 36 приведены значения $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $i = 5$, но при $\alpha = 16^\circ 40'$, подсчитанного из условия, что $e_m = e_p = 0,005$ мм и $\delta h = 0,15$ мм.

В табл. 37 приведены значения $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ при $\alpha = 45^\circ$, подсчитанного для случая, когда $e_m = e_p$ и $\delta h = 0$, т. е. при номинальном положении фрезы относительно оси заготовки колеса.

Из приведенных таблиц видно, что величина $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ зависит от числа зубьев колеса и передаточного отношения гораздо меньше,



Фиг. 129. Увеличенные изображения профилей зубьев барабана, соответствующие различным положениям червячной фрезы относительно оси заготовки.

чем от угла α . По данным таблиц построены кривые 2, 3 и 4 (см. фиг. 121): кривая 2 — при $\alpha = 45^\circ$, 3 — при $\alpha = 16^\circ 40'$, 4 — при $\alpha = 11^\circ 20'$. Кривая 5 построена при $\alpha = 0$, т. е. когда отсутствуют бienia фрезы.

Для экспериментальной проверки расчетных зависимостей $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ были нарезаны зубья у барабанов к часам калибра 36 мм при различных положениях фрезы относительно оси заготовки (фиг. 129).

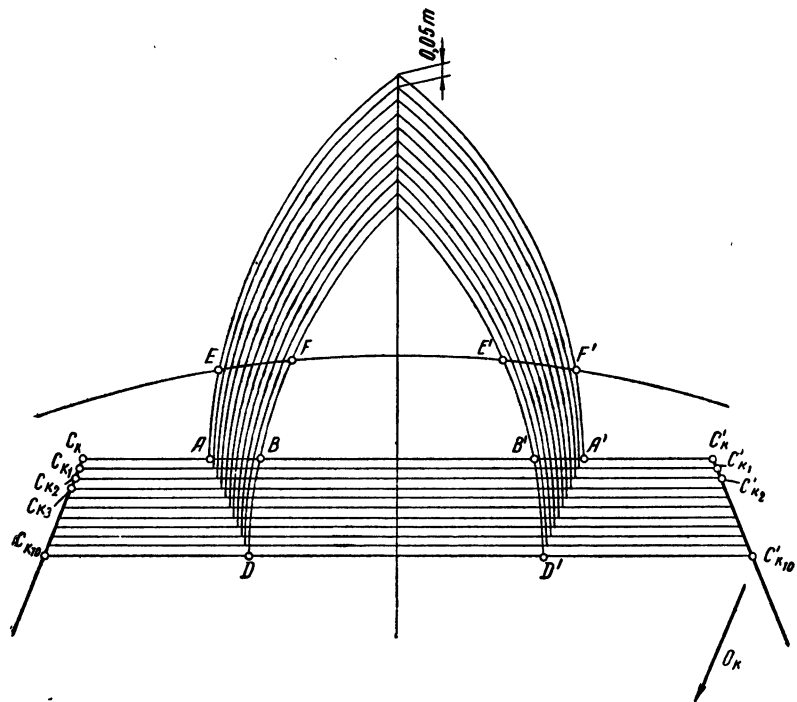
Результаты измерений диаметров и толщин зубьев пяти колес приведены в табл. 38. В этой же таблице даны подсчитанные величины $\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$, отмеченные темными кружками на фиг. 121.

Результаты измерений диаметров и толщины зубьев колес

Обозначение размеров	№ колес				
	1	2	3	4	5
D_1	16,832	16,714	16,594	16,492	16,459
D_2	16,835	16,720	16,592	16,499	16,455
D_3	16,830	16,715	16,602	16,490	16,461
D_4	16,838	16,717	16,603	16,490	16,457
D_{cp}	16,834	16,716	16,598	16,493	16,458
s_1	0,318	0,313	0,296	0,292	0,285
s_2	0,326	0,313	0,312	0,293	0,290
s_3	0,333	0,309	0,300	0,292	0,286
s_4	0,331	0,317	0,301	0,288	0,298
s_5	0,330	0,314	0,305	0,295	0,291
s_6	0,320	0,316	0,302	0,291	0,293
s_7	0,338	0,320	0,303	0,291	0,286
s_8	0,344	0,314	0,307	0,293	0,285
s_{cp}	0,330	0,314	0,303	0,292	0,289
ΔD_{cp}	0	0,118	0,236	0,341	0,376
Δs_{cp}	0	0,016	0,027	0,038	0,041
$\frac{\Delta s_n}{\Delta D_e}$		0,135	0,114	0,111	0,109

Полученные результаты оказались довольно близки к расчётным значениям.

Величины $\frac{\delta s_n}{\delta D_e}$ для отдельных зубчатых пар можно определить графически при большом увеличении зуба, как показано на фиг. 130. Наклон прямой $C_K C_{K10}$, представляющей собой траекторию движения центра дуги режущей кромки фрезы, зависит от



Фиг. 130. Графическое определение изменения толщины зуба и диаметра окружности выступов при смещении фрезы относительно оси заготовки.

соотношения между радиальным и торцовым смещениями фрезы, а также от методов нарезания зубьев. Величины изменения диаметра и толщин зубьев $AA' \dots DD'$ получают путем непосредственного измерения на чертеже.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДОПУСКОВ НА КООРДИНАТНЫЕ РАЗМЕРЫ¹

При расчете допусков на координатные размеры, определяющие взаимное расположение отверстий в платинах и мостах, нужно исходить из конструктивных и эксплуатационных требований, предъявляемых к часовому механизму.

¹ В работе по расчету допусков на координатные размеры принимала участие к. т. н. Н. Н. Зябрева.

Одним из таких требований является обеспечение высококачественной работы зубчатых передач механизма, а следовательно, — высокой точности их изготовления и сборки. Основным параметром, точность которого существенно влияет на точность сборки и качество работы зубчатой передачи, является межосевое расстояние.

Точность взаимного расположения осей передачи, в свою очередь, зависит от точности расположения их опор, т. е. от точности расположения отверстий в платинах и мостах.

Методика расчета допусков на межосевые расстояния приведена выше. В данном разделе излагается только методика расчета допусков на координатные размеры, определяющие расположение центров отверстий в прямоугольной системе координат (см. фиг. 1).

Расчет базируется на заданных величинах допусков на межцентровые расстояния и на аналитических зависимостях, связывающих ошибки координатных размеров с ошибками межцентровых расстояний. Кроме отверстий для запрессовки камней, служащих опорами осей зубчатых передач, ряд отверстий в платинах и мостах предназначен для запрессовки штифтов и установки винтов.

Точность взаимного расположения этих отверстий также играет существенную роль при сборке механизма, а кроме того, определяет точность расположения отверстий под опоры осей и валов.

Необходимым условием при расчете допусков является обеспечение полной взаимозаменяемости. Поэтому расчет необходимо вести для наиболее неблагоприятного сочетания ошибок координатных размеров, составляющих размерную цепь.

Применение методов теории вероятности позволило бы, очевидно, увеличить допуски на эти размеры, однако такой расчет потребовал бы исследования и установления законов распределения ошибок отдельных размеров и законов суммирования этих ошибок.

Исследования показали, что в ряде случаев ошибки координатных размеров могут взаимно компенсироваться, вследствие чего даже при наличии некоторых составляющих ошибок, выходящих за пределы установленных допусков, можно обеспечить хорошую собираемость механизма и нормальную работу зубчатой передачи¹.

Основные положения. Введем следующие обозначения:

отклонение размера — Δ ;

верхнее отклонение — Δ_B ;

нижнее отклонение — Δ_H ;

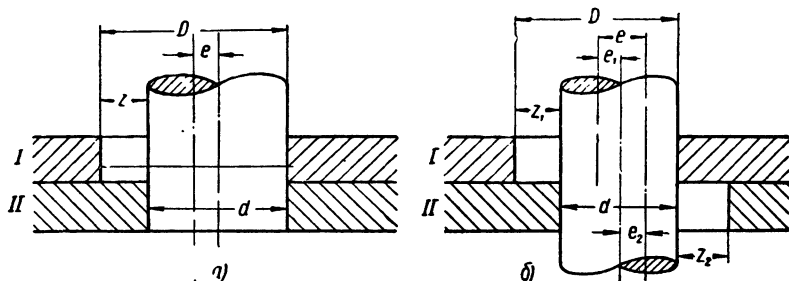
допуск — δ , т. е. разность отклонений $\delta = \Delta_B - \Delta_H$. Во всех выводах будем предполагать, что абсолютные величины допустимых отклонений равны между собой, т. е. $|\Delta_B| = |\Delta_H| = \frac{\delta}{2}$.

Таким образом, мы всегда будем располагать допуски координат центра отверстия симметрично относительно их номинальных

¹ Продолжение этих исследований должно быть направлено на установление законов распределения и суммирования ошибок, что позволит в дальнейшем уточнить приведенные расчеты.

значений. Это вполне соответствует действительности, так как можно с равной вероятностью ожидать отклонения центра от его номинального положения в любую сторону. Из последнего предположения следует, что $\delta x = \delta y$, т. е. допуски обеих координат центра отверстия равны между собой.

Обозначим через e наибольшее относительное смещение осей одноименных отверстий в деталях. Для обеспечения взаимозаменяемости расчет необходимо вести для наихудших условий сборки. В соответствии с этим в дальнейшем будем обозначать через z минимальный зазор, т. е. полагать $z = D_{\text{наим}} - d_{\text{наиб}}$, где D — диаметр отверстия, а d — диаметр вала.



Фиг. 131. Схема для расчета допустимого смещения осей отверстий:

a — вал запрессован в отверстие детали II; *б* — вал проходит свободно через отверстия в деталях I и II.

Перейдем теперь к выводу основных соотношений между величинами допусков на координатные размеры и величиной зазора.

Соотношение между величиной зазора и величиной допустимого смещения осей. Пусть в отверстиях одной из двух расположенных одна на другой деталей I и II (фиг. 131, *a*) неподвижно закреплен (запрессован или винчен) вал, проходящий через отверстие второй детали с зазором z . Наибольшее смещение e оси отверстия в детали I относительно оси одноименного отверстия в детали II можно получить из следующей размерной цепи:

$$\frac{D}{2} + e + \frac{d}{2} = z + d,$$

откуда

$$e = z - \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} \right) = z - \frac{z}{2} = \frac{z}{2}. \quad (173)$$

Рассмотрим случай, когда вал проходит через отверстия деталей I и II с зазорами соответственно z_1 и z_2 (фиг. 131, *б*).

В соответствии с формулой (173) запишем для каждой детали:

$$e_1 = \frac{z_1}{2} \quad \text{и} \quad e_2 = \frac{z_2}{2},$$

где e_1 и e_2 — смещения осей вала и отверстия в деталях I и II.

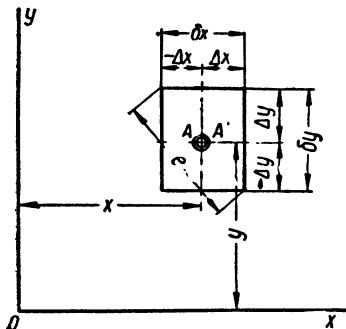
Наибольшее смещение оси отверстия детали I относительно оси отверстия детали II равно

$$e = e_1 + e_2 = \frac{1}{2} (z_1 + z_2). \quad (174)$$

Если $z_1 = z_2$, то

$$e = z. \quad (175)$$

Соотношение между смещением осей и отклонениями их координат. Пусть на одной из сопрягаемых деталей задана точка A, а на другой — точка A' с координатами x и y , т. е. заданы номинальные величины расстояний этих точек от двух базовых плоскостей (фиг. 132). Кроме номинальных величин, заданы также допустимые отклонения координат x и y .



Фиг. 132. Схема для расчета допустимого смещения осей отверстий в зависимости от отклонений координат центров.

Рассмотрим случай, когда базовые плоскости, т. е. оси координат при сборке совпадают. Отверстия A и A' могут оказаться смещенными относительно друг друга.

Из фигуры видно, что точка A может занять любое положение внутри квадрата, образованного сторонами δx и δy . То же можно сказать и относительно точки A'. Следовательно, наибольшее смещение точек A и A' равно диагонали квадрата, т. е.

$$e = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2},$$

или, принимая $\delta x \approx \delta y$,

$$e = \sqrt{2} \cdot \delta x. \quad (176)$$

Если точки A и A' являются центрами отверстий, то можно вывести соотношения между отклонениями координат центра и диаметральными зазорами:

а) в том случае, когда в отверстии с центром A' вал закреплен, а в отверстии с центром A — проходит с зазором z , наибольшее допустимое смещение осей равно $\frac{z}{2}$. По формуле (176) получаем

$$e = \sqrt{2} \cdot \delta x = \frac{z}{2},$$

откуда

$$\delta x = \frac{z}{2\sqrt{2}},$$

или

$$\delta x = 0,353z; \quad (177)$$

б) в том случае, когда вал проходит свободно в оба отверстия: в одно — с зазором z_1 , в другое — с зазором z_2 , по формуле (174) получаем

$$e = \sqrt{2} \cdot \delta x = \frac{1}{2} (z_1 + z_2),$$

или

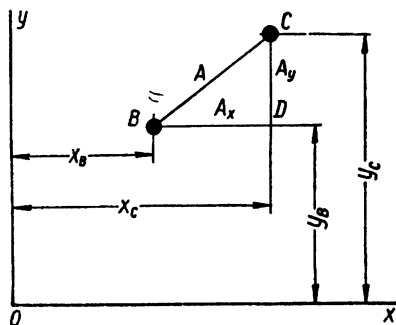
$$\delta x = 0,353 (z_1 + z_2). \quad (178)$$

Если $z_1 = z_2$, то

$$\delta x = 0,706z. \quad (179)$$

Формулы (176)—(179) справедливы для любых одноименных точек с координатами x и y , отсчитываемых от тех же баз. В зависимости от условий сборки $\delta x_i = 0,353z_i$ или $\delta x_i = 0,353(z_{1i} + z_{2i})$.

Соотношение между отклонениями координат центров и отклонениями межцентровых расстояний. Пусть точки B и C с координатами x_B, y_B и x_C, y_C (фиг. 133) являются центрами двух отверстий, расположенных в одной из деталей (например, в платине). Координаты этих точек имеют определенные допустимые отклонения. Следовательно, расстояние BC будет также изменяться в определенных пределах. Найдем соотношение между величинами отклонений координат центров и величиной отклонения межцентрового расстояния от номинального значения. Обозначив через A расстояние BC и через A_x и A_y проекции величины A на оси x и y , из $\triangle BCD$ получим.



Фиг. 133. Схема для расчета соотношения между отклонениями координат центров и отклонениями межцентровых расстояний.

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2.$$

Давая приращения величинам A_x и A_y , получаем соответствующее приращение величины A :

$$2A \cdot \Delta A = 2A_x \cdot \Delta A_x + 2A_y \cdot \Delta A_y,$$

откуда

$$\Delta A = \frac{1}{A} (A_x \cdot \Delta A_x + A_y \cdot \Delta A_y).$$

Так как мы предположили, что абсолютные величины отклонений равны между собой, то последнее соотношение справедливо не только для отклонений, но и для допусков.

Действительно, при условии $\Delta x = \pm \frac{\delta x}{2}$ и $\Delta y = \pm \frac{\delta y}{2}$ для

обеих точек получим: $\Delta A_x = \pm \frac{\delta A_x}{2}$ и $\Delta A_y = \pm \frac{\delta A_y}{2}$, а также $\Delta A = \pm \frac{\delta A}{2}$.

Следовательно:

$$\delta A = \frac{1}{A} (A_x \cdot \delta A_x + A_y \cdot \delta A_y). \quad (180)$$

Из фиг. 133 находим $A_x = x_C - x_B$ и $A_y = y_C - y_B$. Размеры A_x , x_C и x_B составляют размерную цепь, в которой звено A_x является замыкающим, а так как допуск замыкающего звена равен сумме допусков составляющих, то $\delta A_x = \delta x_B + \delta x_C$ и аналогично $\delta A_y = \delta y_B + \delta y_C$. Подставляя значения δA_x и δA_y в равенство (180), получаем

$$\delta A = \frac{1}{A} [A_x (\delta x_B + \delta x_C) + A_y (\delta y_B + \delta y_C)].$$

Так как мы предположили, что допуски обеих координат одинаковы, т. е. $\delta x_B = \delta y_B$ и $\delta x_C = \delta y_C$, то

$$\delta A = \frac{1}{A} [\delta x_B (A_x + A_y) + \delta x_C (A_x + A_y)],$$

или окончательно

$$\delta A = \frac{A_x + A_y}{A} (\delta x_B + \delta x_C). \quad (181)$$

Для определения допусков на координатные размеры по формуле (181) при известном допуске на межцентровое расстояние необходимо задаться соотношениями между ними. В простейшем случае, принимая $\delta x_B = \delta x_C = \delta x$, получаем

$$\left. \begin{aligned} \delta A &= 2 \frac{A_x + A_y}{A} \delta x \\ \text{и} \\ \delta x &= \frac{A \cdot \delta A}{2 (A_x + A_y)}. \end{aligned} \right\} \quad (182)$$

В общем случае, задаваясь соотношением $\delta x_B = \kappa \cdot \delta x_C$, получаем

$$\delta A = \frac{A_x + A_y}{A} \delta x (1 + \kappa),$$

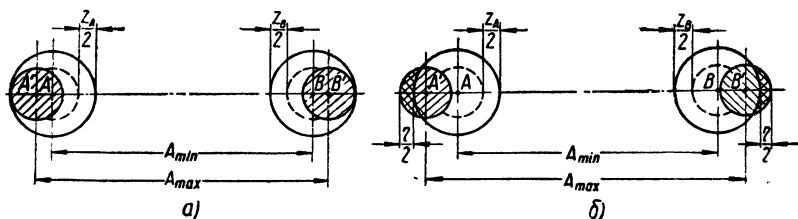
откуда

$$\delta x = \frac{A \cdot \delta A}{(1 + \kappa) (A_x + A_y)}.$$

Отверстия под штифты. Отверстия под штифты представляют собой отверстия в двух расположенных одна под другой деталях, причем в одной из деталей штифт закреплен неподвижно, а через другую проходит с зазором.

Следовательно, в этом случае допуски на координаты центров можно подсчитать по формуле (177) $\delta x = 0,353 \cdot z$. При небольших величинах минимальных зазоров z в штифтовых соединениях (2—10 мк) допуски на координаты центров отверстий, подсчитанные по этой формуле, весьма малы, и их трудно выдержать при обработке детали.

Увеличение допуска за счет увеличения зазора, очевидно, будет противоречить основному назначению штифтового соединения. Мост должен садиться на штифты (или мост со штифтами — на



Фиг. 134. Схема для расчета допусков на координатные размеры центров отверстий под штифты:

а — при посадке без натяга; б — при посадке с натягом.

платину) с некоторым натягом. Именно это и позволяет увеличить допустимую разницу в межцентровых расстояниях у сопрягаемых деталей и, тем самым, — увеличить допуски на координаты центров отверстий.

Действительно, пусть точки A и B (фиг. 134, а) представляют собой центры двух отверстий, точки A' и B' — центры штифтов, а следовательно, и центры отверстий в сопряженной детали, в которую штифты запрессованы. Смещения центров, т. е. расстояния AA' и BB' , не должны превышать соответственно величин $\frac{z_A}{2}$ и $\frac{z_B}{2}$, где z_A — зазор между штифтом A' и отверстием A , и z_B — зазор между штифтом B' и отверстием B . Следовательно, если смещение центров возможно только за счет зазора, то разность A_{\max} — $A_{\min} = \delta A$ может быть не более, чем $\frac{1}{2} (z_A + z_B)$.

Если же штифты могут входить в отверстия с некоторым «местным» натягом (фиг. 134, б), т. е. за счет частичного смятия поверхностей штифта и отверстия, то величина δA может быть увеличена на величину натяга η . Увеличение δA дает возможность увеличить допуски на координатные размеры. Таким образом, решение этой задачи сводится к определению допустимой величины натяга.

В лаборатории метрологии МВТУ им. Баумана были проведены экспериментальные работы по определению величины η , а также частичные исследования шероховатости поверхностей штифтов и отверстий.

Величина η определялась следующим образом. Были отобраны 30 комплектов годных балансовых мостов и платин для часов калибра 36 мм с удовлетворительными сопряжениями по штифтам Ш₁₀ и Ш₁₁. Затем были измерены¹ диаметры штифтовых отверстий в платинах, диаметры штифтов, запрессованных в мосты, расстояния между центрами отверстий в платинах и между осями штифтов в мостах.

По данным этих измерений были подсчитаны реальные натяги и установлена максимальная величина натяга 23 мк.

Таким образом, при натяге 23 мк собираемость платины с балансовым мостом еще не нарушается. Учитывая возможность ошибок при измерениях, а также слишком тугую посадку комплекта с натягом 23 мк, величину натяга следует взять меньшую, а именно можно остановиться на величине 15 мк. Тогда, допустив, что смещение осей двух одноименных штифтовых отверстий равно $e = \frac{z}{2} + \frac{\eta}{2}$, получим [см. формулу (176)] $e = \sqrt{2} \cdot \delta x$, или $\frac{z+\eta}{2} = \sqrt{2} \cdot \delta x$, откуда $\delta x = 0,353 (z + \eta)$.

Для изучения явления, происходящего при посадке детали на штифты, необходимо прежде всего исследовать микрогеометрию поверхности.

После запрессовки в платину (или в мост) штифты вместе с деталью, в которую они запрессованы, подвергаются гальваническому покрытию, так что посадка второй детали (моста или платины) на выступающие части штифтов происходит после покрытия. Толщина покрытия уменьшает диаметральный зазор между штифтом и отверстием и, кроме того, меняет микрогеометрию поверхности.

Эти изменения весьма разнообразны, так как толщина покрытия может быть различной и неравномерной по высоте штифта. Изучение процесса усложняется еще тем, что размеры деталей весьма малы (диаметры 0,65—1,30 мм), соприкосновение происходит на поверхности с весьма малой площадью, причем величина этой площади изменяется с изменением величины местного натяга. Поэтому точную микрогеометрию поверхности в данном случае получить затруднительно.

Исследованию было подвергнуто небольшое число образцов, с тем чтобы получить только некоторое подтверждение принятой (эмпирически) величины натяга.

Исследование под микроскопом с увеличением в 120 раз дает следующие результаты:

а) стенки отверстий представляют собой поверхности со множеством рисок, большинство которых направлено вдоль образующих;

б) на поверхности штифтов, непосредственно после протяжки, видны следы обработки — продольные (по образующей) риски;

¹ Измерения производились в измерительной лаборатории 2 МЧЗ.

в) поверхность штифтов после гальванического покрытия следов обработки уже не имеет;

г) поверхность штифтов как до гальванического покрытия, так и после, а также поверхность запрессованной части штифтов испещрена сетью раковин, являющихся следствием выкрашивания металла.

Исследование микрогеометрии поверхностей отверстий и штифтов на микроинтерферрометре Линника показало, что в местах, расположенных между раковинами и рисками, максимальные высоты микронеровностей H_{\max} следующие: на поверхности стенок отверстия — от 0,13 до 0,5 мк; на поверхности запрессованной части штифта $\sim 0,13$ мк; на поверхности незапрессованной части штифта $\sim 0,30$ мк.

Из приведенных цифр видно, что если бы натяг получался за счет смятия гребней неровностей, то величина его была бы чрезвычайно малой.

Расположение раковин на поверхности штифтов не имеет никакой определенной системы, но приближенно можно считать, что раковины распределены равномерно как в направлении вдоль образующей, так и по окружности.

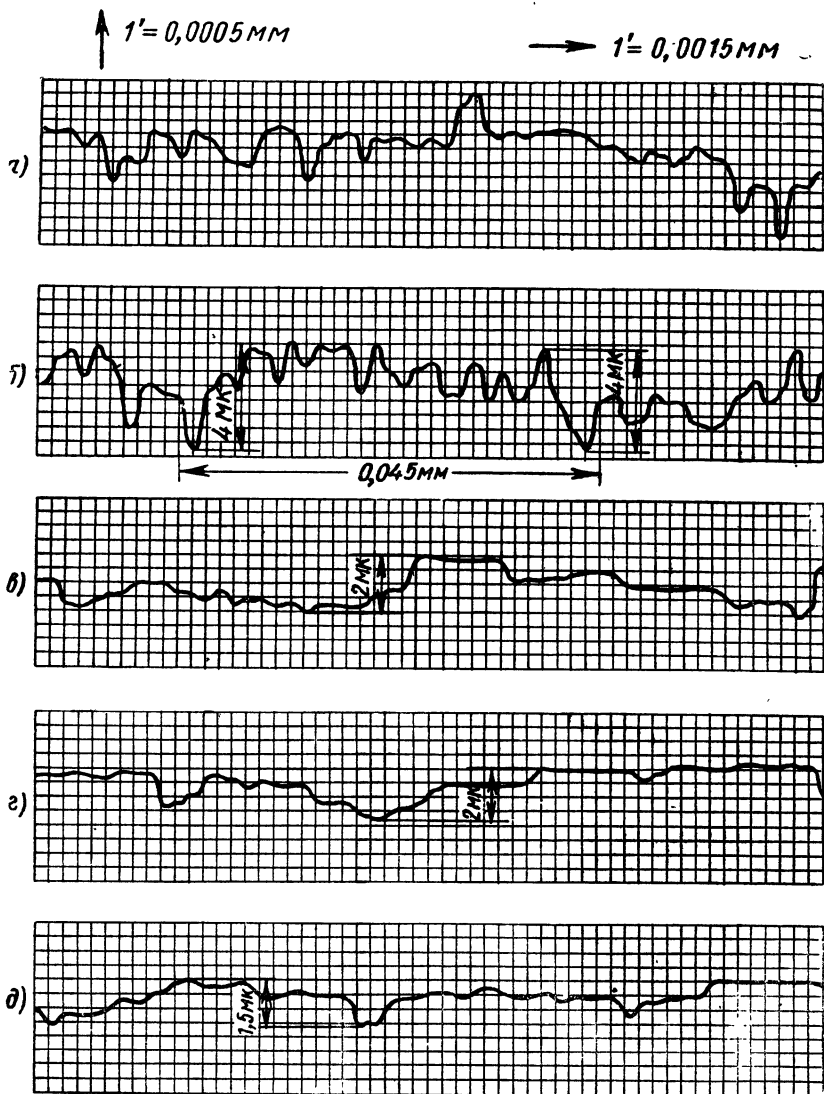
Исследование этой микрогеометрии было произведено по точкам при помощи ортотеста с ценой деления 1 мк. Приведенная на фиг. 135 графическая запись результатов измерения показывает структуру поверхности с высотой неровностей 4—5 мк. Запрессованная часть штифта имеет значительно меньшие неровности, так как при запрессовке происходит как бы выглаживание поверхности, при этом вершины гребешков заполняют впадины.

Такое же смятие происходит и при посадке моста или платины на штифты. Так как смятие происходит не по всей поверхности штифта, а только в месте соприкосновения, то глубину смятия можно считать не по H_{cp} , а по H_{\max} .

Таким образом, натяг за счет смятия поверхностей двух штифтов равен $2 \times 4 = 8$ мк. Весь натяг, по экспериментальным данным, был принят равным 15 мк. Остальные 7 мк получаются за счет смятия поверхностей стенок отверстий, а также частично за счет деформации моста при посадке.

Для эксперимента был взят балансый мост часов калибра 36 мм с двумя штифтами $Ш_{10}$ и $Ш_{11}$, близко расположенными друг к другу. Для штифтов, расположенных на большом расстоянии, общая деформация моста может дать еще больший результат. Таким образом, величина натяга 15 мк может быть без опасений принята для штифтовых соединений всех остальных мостов.

Отверстия под винты. Отверстия под винты представляют собой отверстия в двух сопрягаемых деталях, в одно из которых винт ввинчен, а через другую проходит с зазором z . Следовательно, допуски на координаты центров нужно подсчитывать по формуле (177) $\delta x = 0,353 z$, где z — минимальный зазор между нарезанной частью винта и стенками отверстия. Расчеты допусков приме-



Фиг. 135. Микрогеометрия поверхности штифтов:
 а, б — незапрессованной части; в, г, д — запрессованной части.

нительно к механизмам часов калибров 26 и 36 мм показали, что зазоры, а следовательно, и допуски на координатные размеры получаются довольно большими.

Так как при посадке детали на штифты возможно дополнительное смещение центров винтовых отверстий, то расчетные величины допусков следует уменьшать. Кроме того, все отверстия под винты имеют одинаковое назначение и получаются при одном и том же технологическом процессе. Следовательно, есть основание унифицировать величину допуска.

Большие расчетные величины допусков позволяют произвести эту унификацию без специальных расчетов, руководствуясь только технологическими соображениями.

Отверстия под оси цапф. Допуски на расстояние между центрами отверстий под оси цапф связаны с соответствующими допустимыми погрешностями зубчатого зацепления.

В каждой паре отверстий, для которой задано межцентровое расстояние с допуском, можно считать, что оба отверстия имеют один и тот же допуск на координаты центров.

При этом условии допуск на координатный размер можно подсчитать по формуле (182).

Все отверстия связаны попарно межцентровыми расстояниями; следовательно, одно отверстие может одновременно принадлежать двум парам, имеющим различные допуски на межцентровые расстояния. В этом случае подсчитанный по формуле (182) допуск δx может иметь также два значения, из которых следует выбирать наименьшее.

Контрольный расчет допусков на координаты центров отверстий под оси цапф. Ниже приводится контрольный расчет допусков на межцентровые расстояния методом размерного анализа. Отверстия под оси зубчатых колес относятся к рассмотренному выше общему случаю (см. фиг. 131) с той лишь разницей, что детали I и II расположены на определенном расстоянии одна от другой. Схема на фиг. 131 усложняется тем, что в отверстия под оси трибов запрессованы подшипниковые камни, отверстия в которых могут быть расположены эксцентрично по отношению к наружным посадочным цилиндрическим поверхностям. Очевидно, в этом случае возможное смещение осей должно быть уменьшено на сумму эксцентритетов камней.

Тогда вместо формулы (174) получим: $e = e_1 + e_2 - 2\varepsilon$, где ε — допустимый эксцентритет камня. Выражая e_1 и e_2 через соответствующие зазоры, получим $e = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) - 2\varepsilon$.

Согласно заводским нормам наибольший допустимый эксцентритет отверстий в камнях можно принять 3 мк.

При сборке зубчатых передач обычно допускается небольшой перекос оси, т. е. ось может на некоторый, весьма малый, угол отклониться от положения, при котором она перпендикулярна к плоскостям платины и моста. При этом допущении собираемость

может не нарушиться даже в том случае, если оси отверстий будут смещены на величину большую, чем $\frac{1}{2}(z_1 + z_2) - 2\varepsilon$.

Предположим, что смещение осей возможно на величину

$$Z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) - 2\varepsilon + \sigma,$$

где σ — дополнительное допустимое смещение.

Выведем общие формулы, связывающие величину дополнительного смещения σ с допустимым перекосом оси. При перекосе вала возможны следующие три случая:

1) Вал (или ось) диаметром d (фиг. 136) при перекосе касается стенок отверстия D в детали I . Обозначим через h_1 и h_2 толщины деталей I и II , через z_1 и z_2 — соответствующие диаметральные зазоры. Очевидно, что заклинивание вала в отверстии детали I произойдет в том случае, когда $z_1 \leq z_2$ и $h_1 > h_2$. Если же оба эти условия не соблюдены, то необходимо проверить, нет ли заклинивания вала между стенок отверстия II .

На фиг. 136 видно, что, допустив перекося вала до его касания со стенками отверстия I , мы должны «отодвинуть» стенку ab отверстия II в положение a_1b_1 . На такую же величину должны дополнительно сместиться оси отверстий. Следовательно, величина этого смещения σ и есть искомое дополнительное смещение. Величина σ находится из фигуры:

$$\begin{aligned} \sigma &= b_1c - bc; \quad \frac{b_1c}{fg} = \frac{L - h_1}{h_1}; \\ b_1c &= fg \frac{L - h_1}{h_1}; \quad fg = f_1g_1 = D - eg_1. \end{aligned}$$

Так как угол φ мал, то можно принять $eg_1 = d$.

Тогда $fg = D - d = z_1$, а так как $bc = z_2$, то

$$\sigma = z_1 \frac{L - h_1}{h_1} - z_2 = \frac{L}{h_1} z_1 - (z_1 + z_2). \quad (183)$$

2) При перекосе вал касается торцами деталей I и II (фиг. 137), не касаясь стенок отверстия. Обозначим через Δ_0 минимальный осевой зазор. При перекосе вал повернется около точки O , делящей пополам расстояние L , на угол φ . Обозначим через r расстояние от точки O до точек A и B касания вала с деталями I и II .

Вследствие малости угла φ можно принять

$$\frac{\Delta_0}{2} = r\varphi,$$

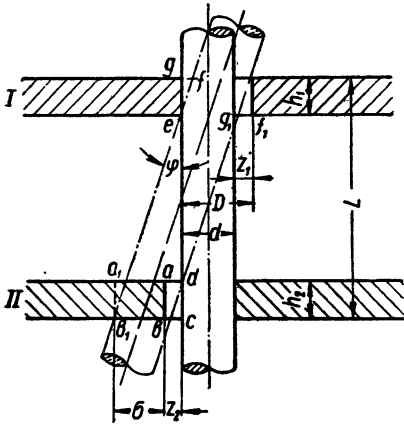
где

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{d^2 + l^2}.$$

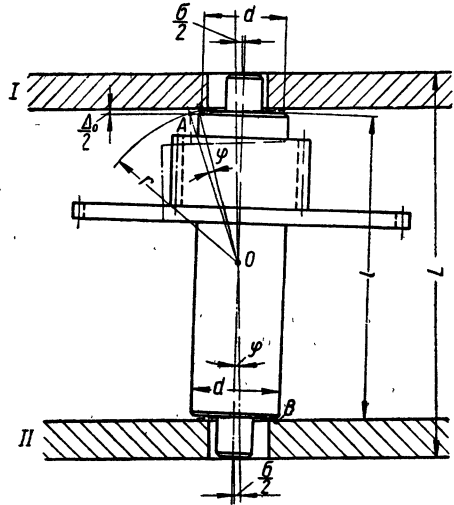
Следовательно:

$$\varphi = \frac{\Delta_0}{\sqrt{d^2 + l^2}}.$$

Таким образом, в верхней плоскости детали I ось вала будет смвинута вправо на величину $\frac{\sigma}{2}$, а в нижней плоскости детали



Фиг. 136. Схема для определения дополнительного смещения отверстия в связи с перекосом оси вала в случае, если вал при перекосе касается стенок одного из отверстий.



Фиг. 137. Схема для определения дополнительного смещения осей отверстий в связи с перекосом оси вала в случае, если вал не касается стенок отверстий.

II — влево на величину $\frac{\sigma}{2}$. Общее допустимое смещение осей отверстий равно σ . Нетрудно видеть, что $\frac{\sigma}{2} = \frac{L}{2} \varphi$ и

$$\sigma = L\varphi = \frac{L\Delta_0}{\sqrt{d^2 + l^2}}. \quad (184)$$

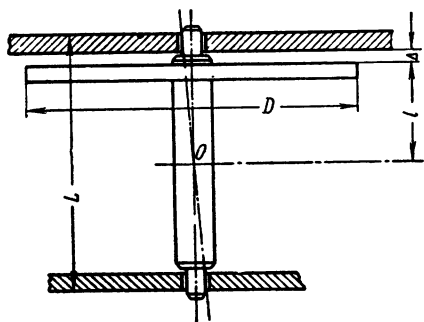
3) При перекоме вала (или оси) запрессованное на валу зубчатое колесо или баланс может своим ободом коснуться или деталей I и II, или обода другого близкого расположенного колеса (фиг. 138).

Обозначим через Δ конструктивный зазор между краем обода и плоскостью детали (или между плоскостями двух ободов), через D — диаметр обода и через l — расстояние от центра поворота оси Ω до той плоскости обода, на которой лежит точка касания. Тогда аналогично предыдущему

$$\sigma = \frac{L\Delta}{\sqrt{D^2 + l^2}}. \quad (185)$$

Очевидно, что из трех величин σ , полученных по формулам (183), (184) и (185), за предельно допустимую величину смещения следует принять наименьшую.

Расчет величины дополнительного смещения центров отверстий, возникающего при посадке деталей на штифты. Простановка размеров в координатной системе предполагает, что оси координат



Фиг. 138. Схема для определения дополнительного смещения осей отверстий в связи с перекосом оси вала в случае, если зубчатое колесо касается своим ободом другой детали.

на обеих деталях — платине и мосте — обязательно при сборке совпадают. В этом случае расчетные допуски гарантируют безусловную взаимозаменяемость деталей. Практически это основное условие не выполняется.

Действительно, оси координат на платине не представляют собой каких-либо двух жестких баз, от которых производится отсчет координат. Осями координат являются две воображаемые линии, одна из которых должна проходить через центры двух каких-либо отверстий (чем и определяется ее положение), а вторая должна быть к ней перпен-

дикулярна.

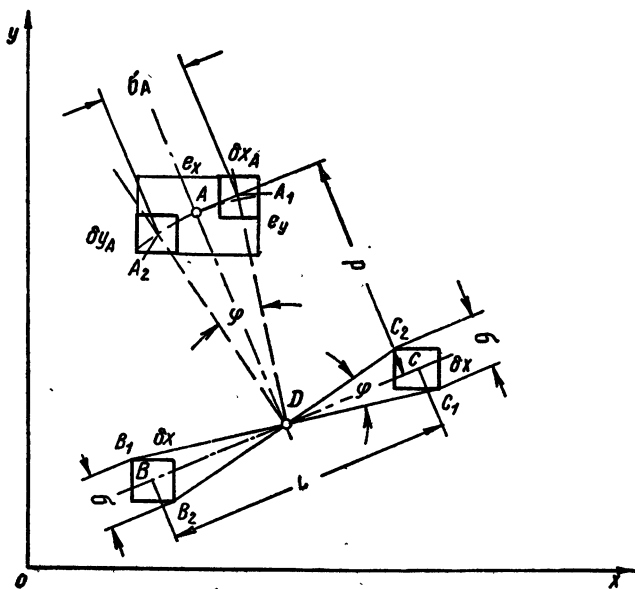
При контроле платины перекрестие угломерной головки микроскопа устанавливается так, чтобы одна из его нитей проходила через две воображаемые точки, т. е. через центры двух отверстий. Но погрешности формы этих двух базовых отверстий, неточности в их взаимном расположении и ошибки в определении положения центров будут изменять положение осей координат, а следовательно, и координатные размеры всех остальных отверстий. Оси координат в мостах в большинстве случаев проходят вообще вне мостов, и о совмещении осевых баз при сборке говорить не приходится.

Реальными сборочными базами являются штифты, на которые сажается мост (или платина). При несовпадении измерительных и сборочных баз центры одноименных отверстий, не являющихся базовыми, например центры винтовых или ангренажных отверстий, при посадке на штифты получают дополнительное смещение. Влияние этого смещения может быть подсчитано следующим образом.

Пусть точки B и C (фиг. 139) являются центрами штифтовых отверстий. Если принять, как обычно, $\delta x = \delta y$, то при любом положении точек B и C внутри квадратов со сторонами δx мост будет садиться на штифты. Если при сборке оси координат деталей совмещаются, то точка A (центр отверстия) будет всегда находиться внутри квадрата со стороной δx_A , расположенного определенным образом относительно совпадающих осей координат. Если же оси координат не совпадают, то положение квадрата на платине может

не совпадать с положением такого же квадрата на мосте и возникнет смещение σ_A .

Найдем величину суммарного смещения осей отверстий в точке A . Можно считать, что смещение σ точек B и C не превосходит диагонали квадрата, т. е. $\sigma \leq \sqrt{2} \cdot \delta x$. Прямая, проходящая через точки B и C , может занимать любое положение между крайними прямыми B_1C_1 и B_2C_2 , так как при этом координаты точек B и C не выходят за пределы допусков. Угол φ между крайними положе-



Фиг. 139. Схема для определения смещения ангренажных отверстий при несовпадении осей координат плиты и моста.

ниями прямой BC (см. фигуру) определяется из условия $\frac{L}{2} \varphi = \sigma = \sqrt{2} \cdot \delta x$. Очевидно, на этот же угол могут повернуться относительно друг друга оси координат, а следовательно, и мост относительно плиты. Тогда прямая DA , делящая пополам прямую BC , также повернется на угол φ , и точка A получит перемещение σ_A , определяемое из подобия $\triangle DAA_1$ и DCC_1 : $\frac{\sigma_A}{\sigma} = \frac{p}{\frac{L}{2}}$,

откуда

$$\sigma_A = \frac{2p}{L} \sigma,$$

или

$$\sigma_A = \frac{2\sqrt{2}}{L} p \delta x.$$

Суммарное смещение осей в точке A определяется следующим образом (см. фигуру):

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2},$$

где

$$e_x = \frac{\delta x_A}{2} + \sigma_{Ax} + \frac{\delta x_A}{2};$$

$$e_y = \frac{\delta x_A}{2} + \sigma_{Ay} + \frac{\delta x_A}{2},$$

σ_{Ax} , σ_{Ay} — проекции σ_A на оси координат, т. е.

$$\sigma_{Ax} = \sigma_A \cos \beta; \quad \sigma_{Ay} = \sigma_A \sin \beta,$$

где β — угол между прямой AD и осью y .

Приняв во внимание значение σ_A и подставив полученные величины в выражение для e_x и e_y , получим

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \delta x_A + \frac{2\sqrt{2}}{L} p \delta x \cos \beta; \\ e_y &= \delta x_A + \frac{2\sqrt{2}}{L} p \delta x \sin \beta; \\ e &= \sqrt{e_x^2 + e_y^2}, \end{aligned} \right\} \quad (186)$$

где δx_A — допуск координат точки A и δx — допуск координат точек B и C (т. е. координат центров штифтовых отверстий); δx следует брать с учетом натяга, так как последний также вызывает дополнительное смещение осей. Координаты точки D и остальные величины, входящие в формулы (186), находятся по следующим формулам:

$$x_D = \frac{x_C + x_B}{2}; \quad y_D = \frac{y_C + y_B}{2};$$

$$p = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2};$$

$$\cos \beta = \frac{x_D - x_A}{p}; \quad \sin \beta = \frac{y_A - y_D}{p}.$$

Так как величины δx_A и δx малы, формулы (186) можно упростить, приняв $\cos \beta \approx \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ при $\beta = 45^\circ$, тогда

$$e_x = e_y = \delta x_A + \frac{2p}{L} \delta x;$$

$$e = \sqrt{2} \cdot e_x = \sqrt{2} \left(\delta x_A + \frac{2p}{L} \delta x \right),$$

или окончательно

$$e = \sqrt{2} \cdot \delta x_A + 2\sqrt{2} \cdot \delta x \frac{p}{L}. \quad (187)$$

Если точка A изображает центр винтового отверстия, то согласно формуле (173) $e = \frac{z_A}{2}$, где z_A — минимальный диаметральный зазор в сечении, проходящем через точку A . Подставляя значение e в формулу (187), получаем

$$\frac{z_A}{2} = \sqrt{2} \cdot \delta x_A + \frac{2\sqrt{2}}{L} p \delta x,$$

откуда допуск на координату точки A

$$\delta x_A = \frac{z_A}{2\sqrt{2}} - \frac{2p}{L} \delta x = 0,353z_A - \frac{2p}{L} \delta x$$

Если бы перекося осей координат был невозможен, т. е. если бы оси при сборке совмещались, то согласно формуле (177) мы имели бы $\delta x_A = 0,353 z_A$.

Таким образом, из-за того, что возможен перекося осей координат, допуск на координаты центра A отверстия необходимо уменьшать на величину $\sigma_n = \frac{2p}{h} \delta x$.

Из этой формулы следует, что смещение центров ангренажных отверстий тем меньше, чем дальше расположены друг от друга штифтовые отверстия и чем меньше расстояние от центра ангренажного отверстия до середины линии центров штифтовых отверстий.

ВЫВОДЫ

1. В зубчатых передачах, как и в любых других механизмах, всегда можно выделить основные (исходные) размеры, которые влияют на кинематику передачи. Расчет допусков на эти размеры должен производиться из эксплуатационных требований.

2. В качестве основных — исходных — критериев для часовых зубчатых передач следует установить динамическую точность и динамическую плавность, определяемые колебаниями передаточного отношения моментов вращения соответственно на полном обороте колеса и на участке зацепления пары зубьев в однопрофильном зацеплении с образцовым колесом.

Из известных параметров для часовых передач наибольшее значение имеет боковой зазор.

3. В первую очередь следует производить расчет допусков на исходные размеры, исходя из эксплуатационных требований к зубчатым передачам.

Для зубчатых передач с малым числом зубьев триба, примерно до 8—9, расчет производится из условия предупреждения скольжения вершины зуба колеса.

Для зубчатых передач с относительно большим числом зубьев на трибе, больше 8—9, расчет производится из условия предупреждения заклинивания и вхождения в зацепление 3-й пары зубьев.

В часовых механизмах высокой точности расчет допусков следует производить из условия ограничения амплитуды колебаний баланса.

4. После расчета допусков на исходные размеры производится расчет допусков на все остальные размеры зубчатой передачи из условий зубообразования.

5. По допускам на межцентровые расстояния определяются отклонения на координатные размеры в платинах и мостах.

6. Изложенные в этой главе методы расчета допусков использованы при разработке проекта нормал допусков на часовые зубчатые передачи в НИИЧАСПРОМе в 1957 г.

КОНТРОЛЬ ЧАСОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Для контроля зубчатых колес применяют как специальные измерительные средства, так и универсальные. Из универсальных приборов наибольшее распространение получили проекторы, микроскопы, часовые горизонтальные и вертикальные микрометры, индикаторы. К специальным средствам контроля следует отнести приборы для измерения биений зубчатых колес, калибры и проекторные чертежи. Большое количество универсальных измерительных приборов и, особенно, специальных, включая различные автоматические устройства, разрабатываются и изготавливаются непосредственно часовыми заводами. Здесь в качестве примера достаточно указать на такие приборы как двухстрелочный индикатор конструкции А. Б. Табакова и А. М. Хренкова (2 МЧЗ), прибор для измерения биений зубчатых колес А. Б. Табакова, его же оптический прибор-полуавтомат для контроля биений и поверхностей цапф осей, прибор для контроля несоосности отверстий в платинах и мостах конструкции В. В. Иванова (2 МЧЗ).

Особо следует отметить целую серию высокоточных универсальных приборов для линейных измерений, разработанных В. К. Кетлеровым.

Подробное описание измерительных приборов, применяемых в часовой промышленности, и в частности, для измерения зубчатых колес, дано в ряде статей и в работах НИИЧАСПРОМа.

В настоящей работе излагаются только некоторые вопросы по методике контроля и измерения зубчатых колес. Здесь также не рассматриваются вопросы контроля положения отверстий в платинах и мостах под цапфы осей зубчатых колес, так как они достаточно полно освещены в работах НИИЧАСПРОМа.

КОНТРОЛЬ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС И ТРИБОВ

Контролируемыми элементами зубчатых колес и трибов являются:

1) диаметр окружности выступов; 2) толщина зуба; 3) профиль зуба; 4) окружной шаг; 5) биение зубчатого венца.

Контроль диаметра окружности выступов в цеховых условиях осуществляется при помощи предельных калибров, имеющих форму пластинок с проходными (ПР) и непроходными (НЕ) отверстиями.

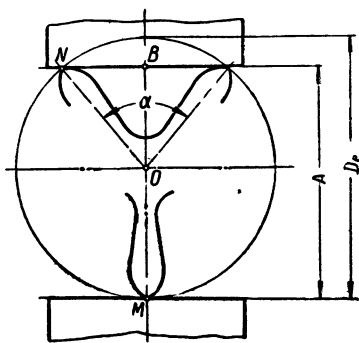
При наладке зуборезных станков диаметры окружностей выступов измеряют при помощи часовых микрометров. При нечетном числе зубьев у колес или трибов непосредственно измерить диаметр окружности выступов нельзя. Поэтому его определяют косвенно по результатам измерения размера A (фиг. 140):

$$A = OM + OB = OM + ON \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{D_e}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi}{z} \right),$$

откуда

$$D_e = \frac{2A}{1 + \cos \frac{\pi}{z}}. \quad (188)$$

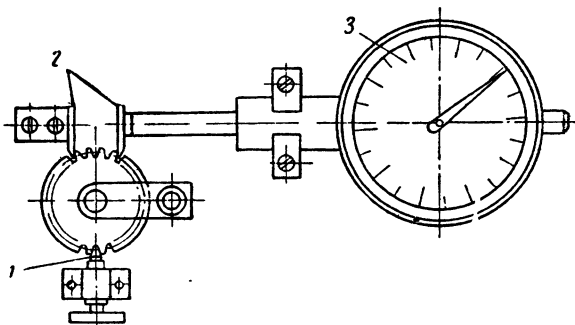
Контроль толщины зуба. Длительное время в чертежах на часовые зубчатые колеса и трибы указывалась толщина зуба по дуге делительной окружности. В действительности измерить толщину зуба между точками, лежащими на делительной окружности, чрезвычайно сложно из-за малых размеров зубьев. Поэтому контролеры измеряли наибольшую толщину зуба по общей нормали к его разноименным профилям. При ее измерении не требуется базирования измерительного инструмента относительно вершины зуба. В этом состоит преимущество контроля толщины зуба по общей нормали. Расчет толщины зуба по общей нормали часовых колес дан автором и приведен в гл. I [см. формулу (6)]. Из уравнений связи (155) и (162) между диаметром окружности выступов и толщиной зуба, полученных из условий зубонарезания (см. гл. IV) следует, что при отсутствии торцового биения фрез толщина зуба незначительно изменяется и не может служить критерием для оценки величины смещения режущего инструмента к центру заготовки. Отклонения толщины зуба могут происходить, в основном, только от торцового биения фрез. Поэтому толщину зуба следует измерять при наладке зуборезных станков, выдерживая ее в установленном допуске. Толщиной зуба по общей нормали у эвольвентных зубчатых колес принято называть расстояние между параллельными измерительными плоскостями губок инструмента, охватывающими несколько зубьев. Понятие толщины зуба по об-



Фиг. 140. Определение диаметра окружности выступов триба с нечетным числом зубьев через размер A .

щей нормалью часовых колес дан автором и приведен в гл. I [см. формулу (6)]. Из уравнений связи (155) и (162) между диаметром окружности выступов и толщиной зуба, полученных из условий зубонарезания (см. гл. IV) следует, что при отсутствии торцового биения фрез толщина зуба незначительно изменяется и не может служить критерием для оценки величины смещения режущего инструмента к центру заготовки. Отклонения толщины зуба могут происходить, в основном, только от торцового биения фрез. Поэтому толщину зуба следует измерять при наладке зуборезных станков, выдерживая ее в установленном допуске. Толщиной зуба по общей нормали у эвольвентных зубчатых колес принято называть расстояние между параллельными измерительными плоскостями губок инструмента, охватывающими несколько зубьев. Понятие толщины зуба по об-

шей нормали при охвате измерительными губками нескольких зубьев можно распространить и на часовые колеса (фиг. 141). Расчет этой величины дан в гл. I. По отклонениям данного размера можно судить не только о толщине одного зуба, но и о погрешностях окружных шагов. На фиг. 142, а для барабана часов калибра 36 мм (см. также приложения 7 и 8 для центрального и промежуточного колес) даны кривые рассеивания толщин s_n зубьев. Для измерения было взято по 50 колес.



Фиг. 141. Схема измерения толщины зуба часового зубчатого колеса:

1 — фиксатор; 2 — измерительные губки; 3 — индикатор.

Построение кривых здесь и дальше выполнено в следующем масштабе¹ по оси абсцисс $A = 40$ мм, по оси ординат $B = 200$ мм.

Координаты кривых следует подсчитывать по следующим формулам:

$$x_{A_i} = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} A \text{ мм},$$

$$y_{B_i} = \frac{n_i \sigma B}{Nh} \text{ мм},$$

где x_i — измеренный размер;

\bar{x} — среднее арифметическое из результатов измерений;

σ — среднее квадратическое отклонение измеряемой величины от среднего арифметического значения \bar{x} ;

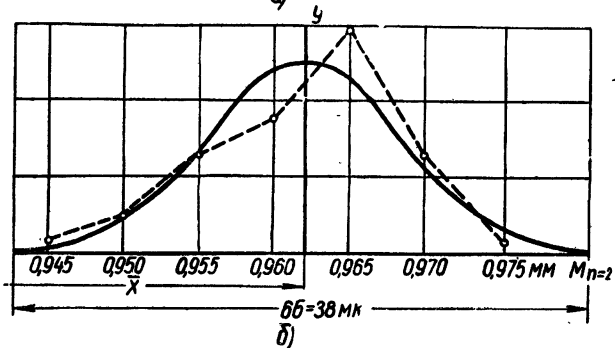
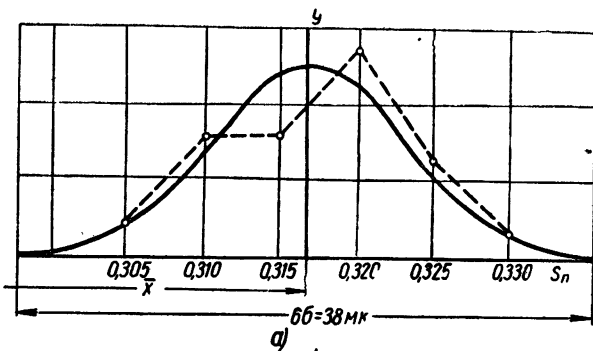
$\frac{n_i}{N}$ — относительная частота;

h — интервал делений по оси абсцисс.

Для сравнения расчетных значений с опытными на фиг. 142, а приведены также теоретические кривые Гаусса.

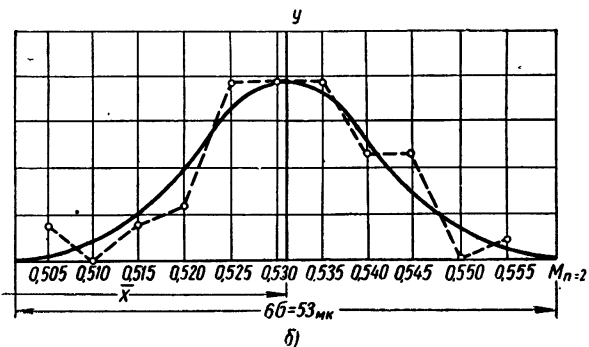
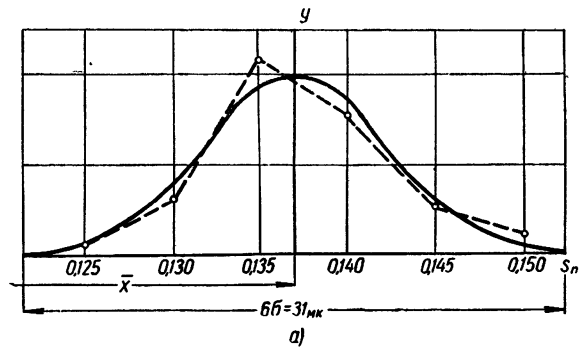
На фиг. 142, б (см. также приложения 7, б и 8, б) даны для тех же колес кривые рассеивания толщин $M_{n=2}$ зубьев по общей нормали, измеренных при охвате измерительными губками при-

¹ См. ЭСМ т. 1, кн. 1, Машгиз, М., 1947, стр. 307.



Фиг. 142. Характер распределения толщин зубьев у барабанов часов калибра 36 мм:

а — толщина одного зуба; б — толщина двух зубьев.



Фиг. 143. Характер распределения толщин зубьев у анкерных трибов часов калибра 36 мм:

а — толщина одного зуба; б — толщина двух зубьев.

бора двух зубьев. В этом случае на величину рассеивания размеров должны оказывать влияние погрешности шага.

Из сопоставления кривых рассеивания s_n и $M_{n=2}$ для одних и тех же колес видно, что как по форме, так и по величине среднего квадратического отклонения σ они отличаются незначительно. Отсюда следует, что погрешности шага часовых колес, нарезаемых методом обкатки, сравнительно невелики. Совершенно другой результат получается при измерении толщин зубьев трибов. На фиг. 143, а для анкерного триба (см. также приложение 9, а) часов калибра 36 мм даны кривые рассеивания толщин зубьев. На фиг. 143, б (см. также приложение 9, б) даны кривые рассеивания толщин двух зубьев $M_{n=2}$, измеренных у тех же трибов. Полученные результаты показывают, что погрешности шагов у трибов относительно велики. Диапазон рассеивания размеров $M_{n=2}$ оказывается почти в 1,71 раза больше, чем размеров s_n :

$$\frac{\sigma_M}{\sigma_s} = \frac{8,84}{5,15} \approx 1,71.$$

Таким образом, контроль толщины зуба по общей нормали позволяет оценить часовые зубчатые колеса как по отклонениям толщин зубьев, так и по отклонениям окружных шагов.

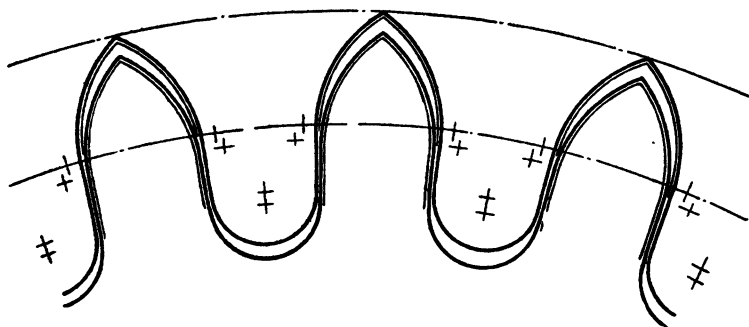
Контроль профиля зуба и шага осуществляется на проекторе сличением действительных профилей зубьев зубчатого венца колеса или триба, получаемого на экране при большом увеличении, с предельными контурами, нанесенными на стекле (проекторный чертеж).

Предельные контуры на проекторном чертеже определяются по допустимым отклонениям наружного диаметра и толщины зуба. Поэтому они могут служить только для контроля профиля и толщины зуба и ни в коем случае не определяют взаимного положения зубьев, т. е. окружных шагов. Между тем на заводах иногда ошибочно считают, что если профили нескольких зубьев укладываются в построенное таким способом поле допуска, то колесо годно и по шагу. Для контроля как профилей зубьев, так и шагов часовых зубчатых колес можно рекомендовать проекторный чертеж, показанный на фиг. 144.

Профили зубьев в этом случае проверяются по полю допуска, ограниченному утолщенными линиями. Дополнительные линии служат для проверки шагов. Шаги следует проверять по правым и по левым профилям зубьев. Для трибов и небольших колес типа переводных можно рекомендовать проекторные чертежи с проведенными на них окружностями: окружностью выступов, делительной окружностью и окружностью центрального отверстия. Эти окружности позволяют точнее установить проекторный чертеж относительно контура проверяемого колеса¹.

¹ Применение таких проекторных чертежей на 2-м Московском часовом заводе дало хорошие результаты.

Контроль биения зубчатых колес осуществляется по окружности выступов, так как она получается при зубонарезании. В связи с этим радиальное биение зубчатого венца часового колеса определяется наибольшей разностью расстояний от оси вращения колеса до вершин его зубьев. Многочисленные определения рас-



Фиг. 144. Проекторный чертеж для контроля профиля зуба и шага часовых зубчатых колес.

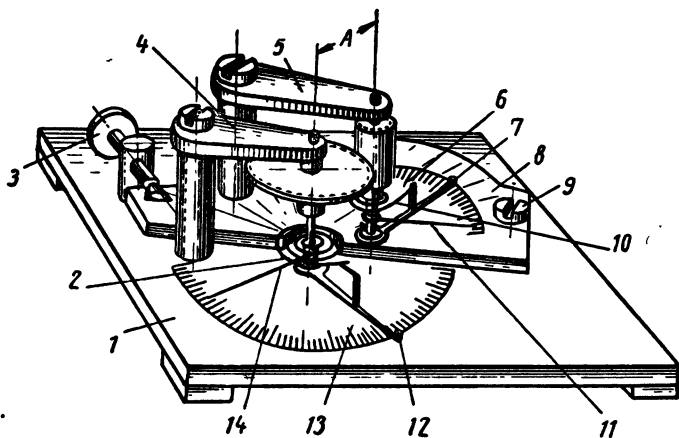
сеивания биений у различных колес и трибов на разных заводах показали, что они соответствуют закону распределения существенно положительных величин.

ПРИБОР ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ МАЛОГО МОДУЛЯ

Одним из основных эксплуатационных требований, предъявляемых к зубчатым передачам малого модуля, применяемым в приборостроении, является сохранение в определенных пределах передаточного отношения моментов вращения. Это требование в первую очередь относится к зубчатым механизмам, передающим усилия (зубчатые передачи в часовых механизмах, динамометрах и др.).

Особенностью передаточного отношения моментов вращения i_M является его непрерывное изменение в процессе зацепления зубьев колес и прерывистое — при переходе зацепления с зуба на зуб (см. фиг. 61). Отсюда следует, что при постоянном моменте вращения на ведущем колесе будет изменяться момент вращения на ведомом колесе. Величина i_M зависит от коэффициента трения между зубьями колес, от положения соприкасающихся зубьев относительно линии центров и от погрешностей изготовления. В свою очередь, коэффициент трения также может колебаться в широких пределах из-за отклонений в чистоте рабочих поверхностей зубьев, загрязнения и других причин. Помимо этого, на величину i_M оказывают влияние трение в цапфах и погрешности в размерах. Теоретически учесть все факторы, вызывающие изменение момента

вращения на оси ведомого колеса, затруднительно. Поэтому получаемые теоретические зависимости между моментами вращения на колесе и трибе (см. фиг. 61) нуждаются в проверке. Для этой цели может служить разработанный автором прибор (фиг. 145), при помощи которого можно установить соотношение между моментами вращения ведущего и ведомого колес в реальных условиях. Прибор состоит из пластины 1, на которой смонтирован мост 4 для крепления проверяемого колеса. С помощью оси 9 на пластине 1 монтируется пластина 8 с мостом 5 для крепления проверяемо-



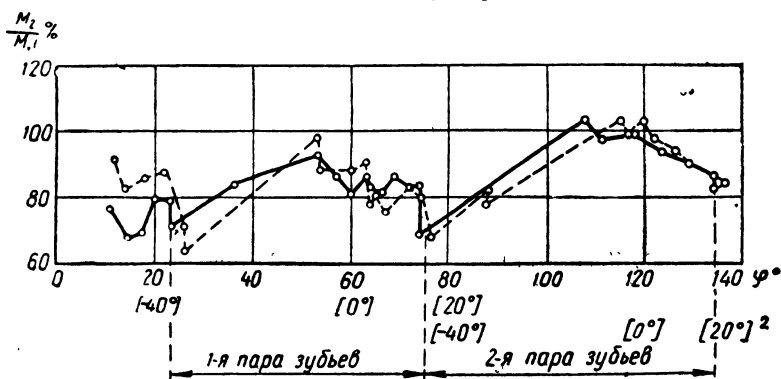
Фиг. 145. Конструктивная схема прибора для определения влияния погрешностей на передаточное отношение моментов вращения.

го триба. Пластина 8 может быть повернута вокруг оси 9 при помощи винта 3 для установки требуемого межцентрового расстояния. На оси колеса и триба надеваются предварительно протарированные волоски 2 и 10, концы которых закреплены на поводках 12 и 7. Пластины и мосты могут быть изготовлены частично или полностью из прозрачного материала, например плексигласа, что позволит наблюдать характер зацепления зубьев с помощью микроскопа или проектора при большом увеличении. Необходимое межцентровое расстояние можно установить с помощью отсчетных устройств микроскопа.

Межцентровое расстояние можно установить непосредственно на самом приборе, если снабдить его отсчетным устройством для определения величины смещения пластины 8 относительно пластины 1. На пластине 1 и на пластине 8 нанесены круговые шкалы 13 и 6, необходимые для измерения углов закручивания волосков 2 и 10. Определение углов закручивания осуществляется с помощью стрелок 14 и 11, укрепленных на осях колеса и триба, относительно поводков 12 и 7. Помимо этого по шкалам 13 и 6 отсчитываются углы, определяющие положения находящихся в зацеплении зубьев

колеса и триба относительно линии центров. Жесткость волосков колеса и триба должна быть различной, чтобы углы поворота стрелок 14 и 11 были соизмеримы.

Отношение жесткостей волосков колеса и триба должно быть примерно равно отношению чисел зубьев колеса и триба. При этом условии углы поворота стрелок будут примерно одинаковыми, в связи с чем габариты прибора будут использоваться наилучшим образом и точнее можно определить момент вращения триба. На приборе можно определить характер изменения момента вращения триба на всем участке зацепления зубьев. Для этого устанавливают поводки в исходное положение в начале шкал. Затем вводят зубья в зацепление и устанавливают требуемое межцентровое расстояние. Вращением поводка 12 создают на оси колеса момент вращения, который будет пропорционален углу между поводком и стрелкой. Под действием этого момента колесо повернет триб, закручивая его волосок, до наступления равновесия. Установившийся в этом положении угол между стрелкой 11 и поводком 7 бу-

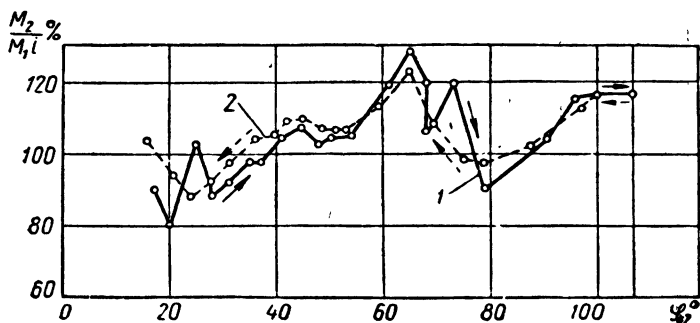


Фиг. 146. Изменение передаточного отношения моментов вращения, полученное в разное время при одном и том же межцентровом расстоянии.

дет характеризовать момент вращения на трибе. Продолжая вращать поводок 12 дальше, на небольшие углы и производя отсчеты углов закручивания волосков в положениях равновесия, можно получить ряд соответствующих друг другу значений моментов вращения на колесе и трибе для различных положений соприкасающихся зубьев, относительно линии центров. Изменением межцентрового расстояния A можно получать различные значения углов входа зубьев в зацепление. На фиг. 146 показан график действительного изменения передаточного отношения моментов вращения колеса $z_1 = 60$ триба $z_2 = 6$, полученный при помощи этого прибора.

Общий характер этой зависимости хорошо согласуется с кривой i_M (см. фиг. 61), полученной теоретически. На кривой (фиг. 146) отчетливо видны также границы перехода зацепления

с одной пары зубьев на другую. Для проверки стабильности показаний прибора определение передаточного отношения производилось многократно. На фигуре показаны две кривые, сплошной и штриховой линиями, полученные в разное время при одном и том же межцентровом расстоянии. На фиг. 147 показан характер изменения передаточного отношения моментов вращения при закручивании (сплошная линия) и при раскручивании (штриховая линия) волоска колеса. Из приведенных графиков видно, что стабильность показаний прибора является вполне удовлетворительной.



Фиг. 147. Изменение передаточного отношения моментов вращения при закручивании (кривая 1) и раскручивании (кривая 2) волоска.

На приборе легко осуществить сравнение качества зубчатых пар, изготовленных в разное время и с помощью различных технологических операций. Для оценки качества колеса (триба) необходимо устанавливать его на приборе в паре с тщательно изготовленным трибом (колесом), ошибками которого можно пренебречь. На приборе можно исследовать влияние погрешностей в размерах, профилях и чистоты отделки рабочих поверхностей зубьев на характер изменения передаточного отношения.

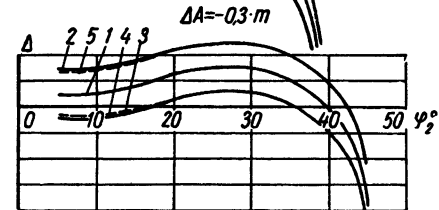
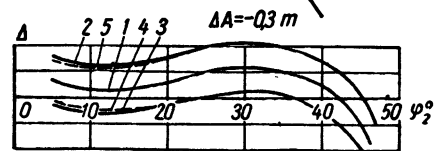
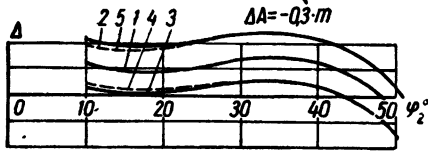
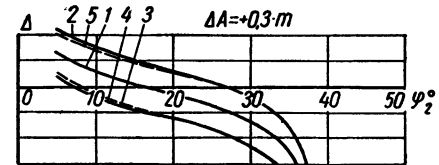
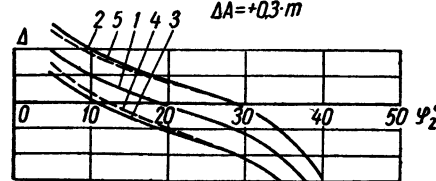
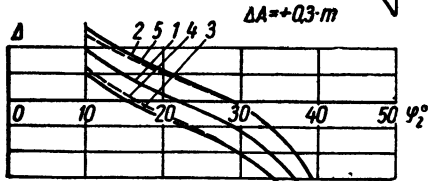
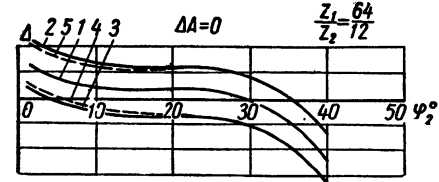
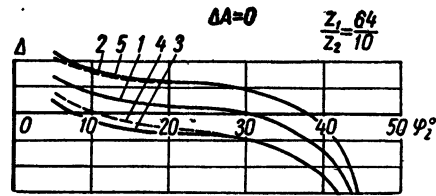
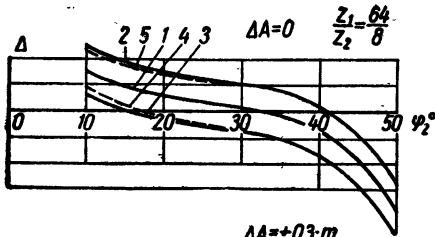
Аналогичные приборы могут быть применены для контроля мелко модульных зубчатых колес с любыми профилями зубьев.

ВЫВОДЫ

1. Толщину зуба следует рассчитывать по общей нормали. Контроль толщины зуба по общей нормали позволяет судить о правильности установки фрезы на оправке.

2. Предложенная форма проекторного чертежа дает возможность контролировать зубчатые колеса и трибы не только по профилю и толщине зуба, но и по окружному шагу.

3. Разработанный прибор для испытания зубчатых зацеплений в отличие от известных аналогичных приборов позволяет не только наблюдать характер зацепления, но и определять соотношение между моментами на ведущем и ведомом колесах на всем участке зацепления зубьев при различных межцентровых расстояниях.



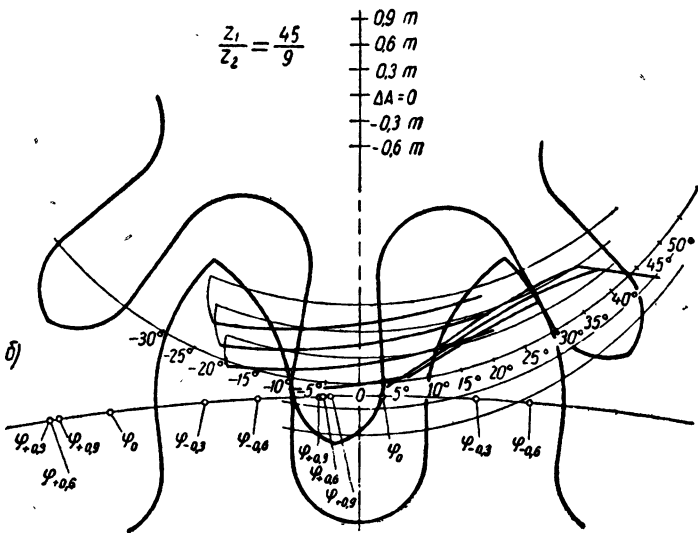
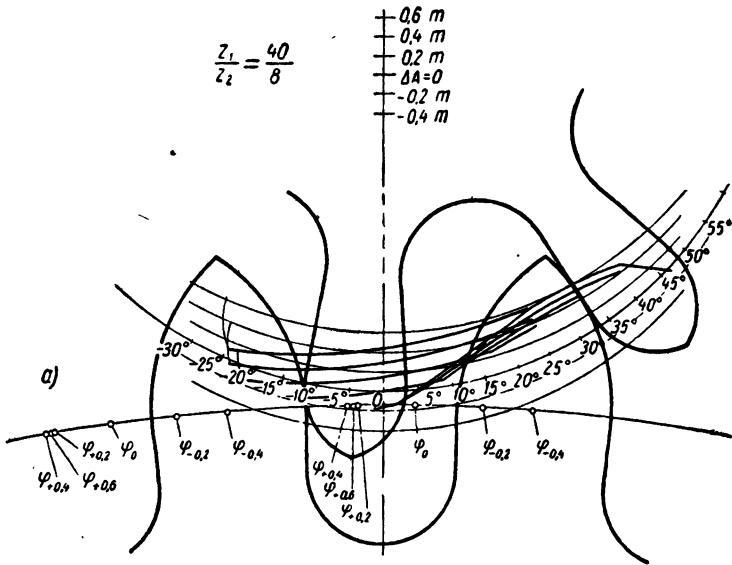
а)

д)

б)

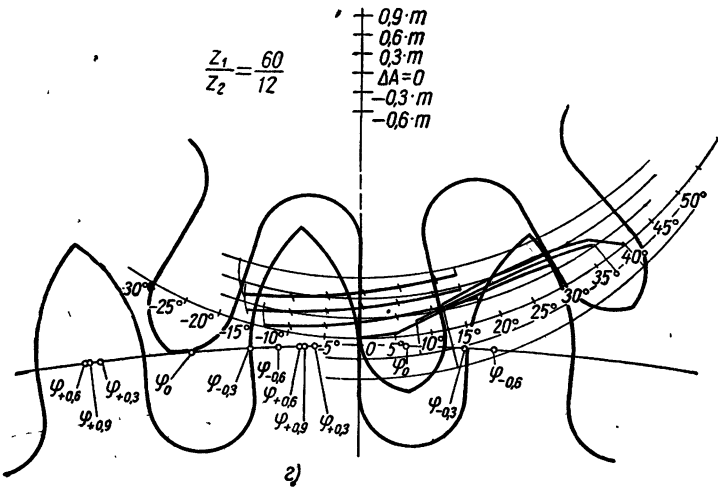
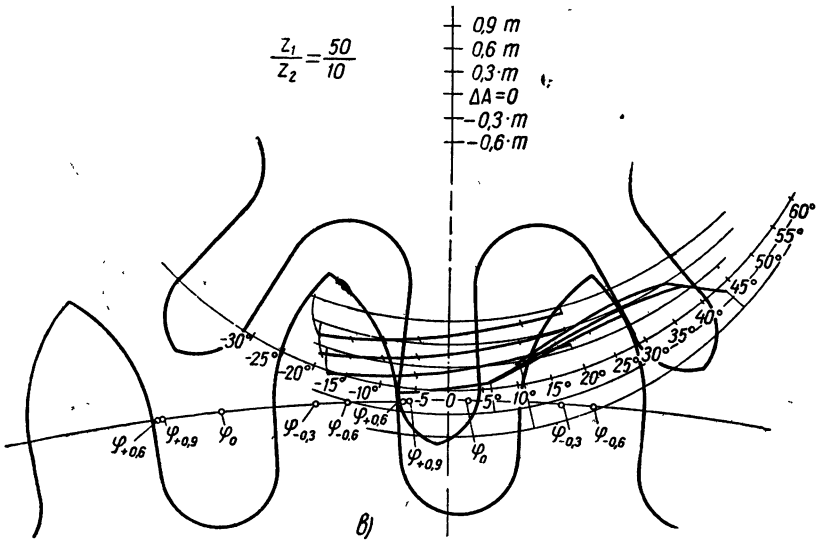
Изменения зазора между входящими в зацепление зубьями в зависимости от погрешности межцентрового расстояния и окружных шагов колеса и триба для передач:

- а) $\frac{64}{8}$; б) $\frac{64}{12}$; в) $\frac{64}{12}$. Обозначение кривых: 1 — погрешности (Δt_1) шага колеса и погрешности (Δt_2) шага триба равны нулю; 2 — $\Delta t_1 = 0.1\text{ m}$, $\Delta t_2 = 0$; 3 — $\Delta t_1 = -0.1\text{ m}$; $\Delta t_2 = 0$; 4 — $\Delta t_1 = 0$; $\Delta t_2 = 0.1\text{ m}$; 5 — $\Delta t_1 = 0$; $\Delta t_2 = -0.1\text{ m}$.



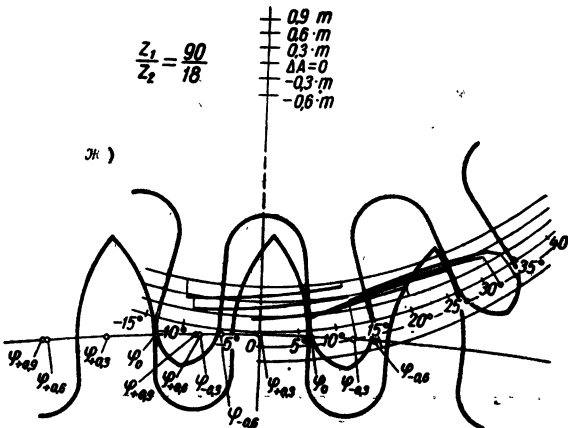
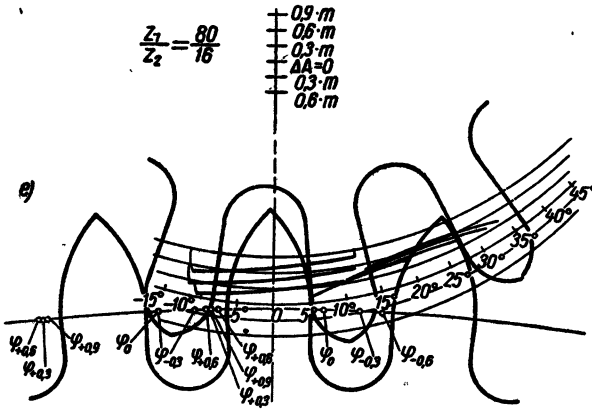
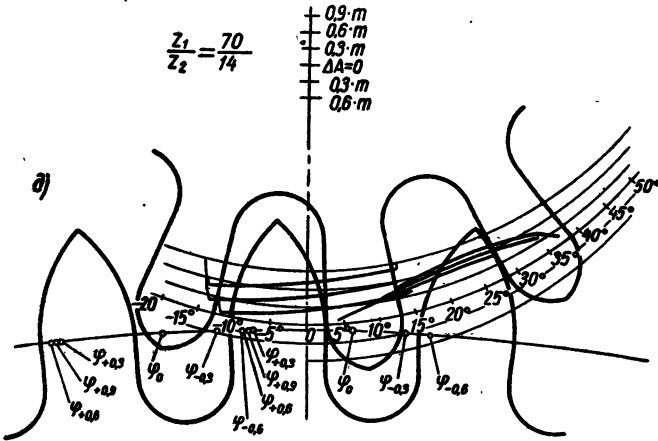
Графоаналитическое построение линий зацепления при различных погрешностях межцентрового расстояния для передач:

а) $\frac{40}{8}$; б) $\frac{45}{9}$;



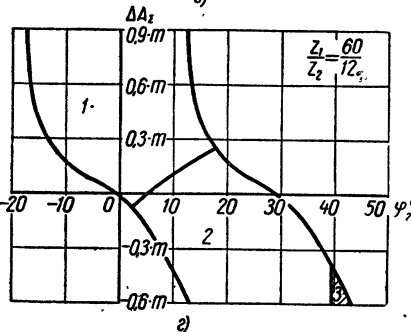
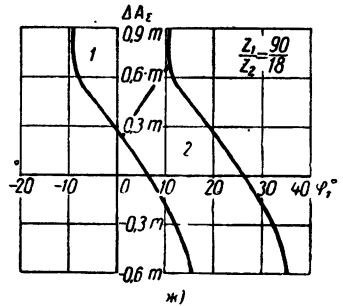
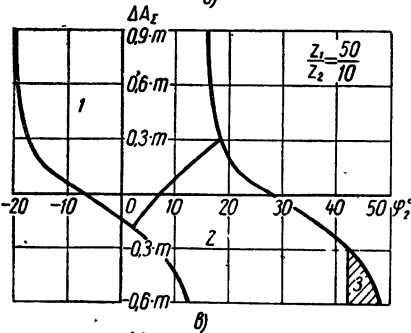
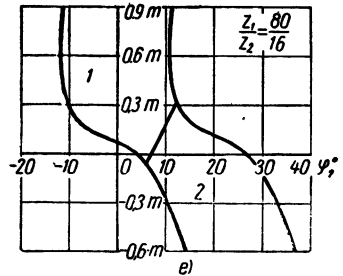
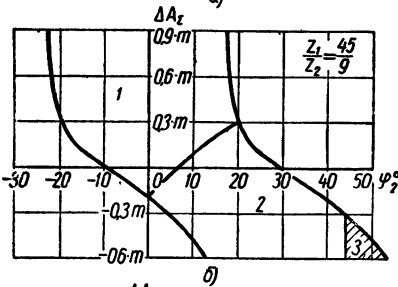
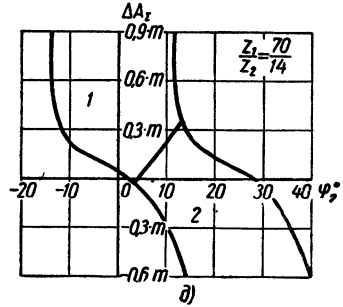
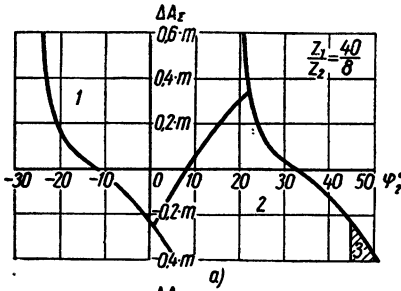
Графоаналитическое построение линий зацепления при различных погрешностях межцентрового расстояния для передач:

в) $\frac{50}{10}$; г) $\frac{60}{12}$;



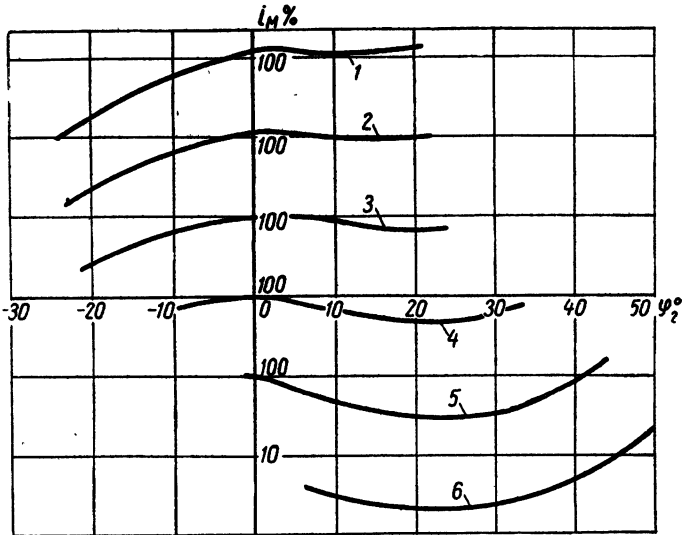
Графоаналитическое построение линий зацепления при различных погрешностях межцентрового расстояния для передач:

д) $\frac{70}{14}$; е) $\frac{80}{16}$; ж) $\frac{90}{18}$

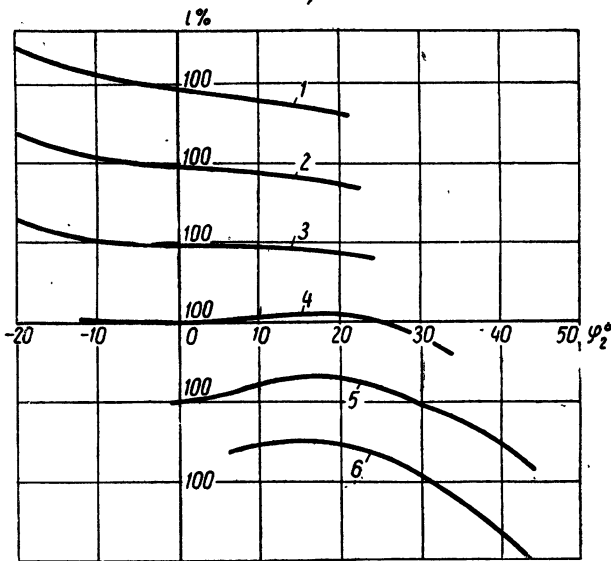


Фазовые диаграммы зацепления для зубчатых передач:

- а) $\frac{40}{8}$; б) $\frac{45}{9}$; в) $\frac{50}{10}$; г) $\frac{60}{12}$;
 д) $\frac{80}{14}$; е) $\frac{80}{16}$; ж) $\frac{90}{18}$.



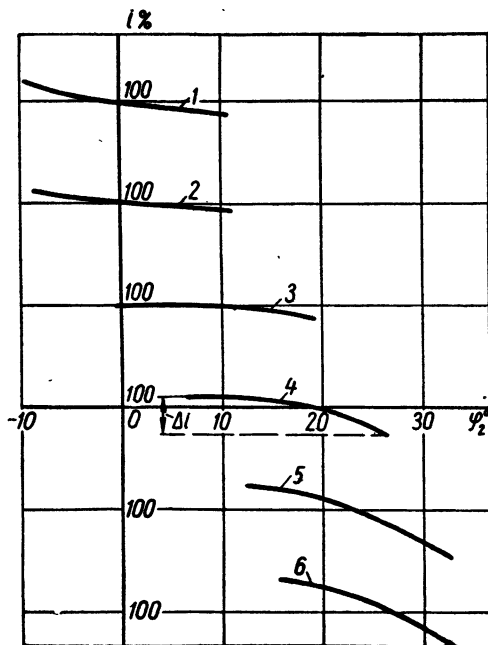
а)



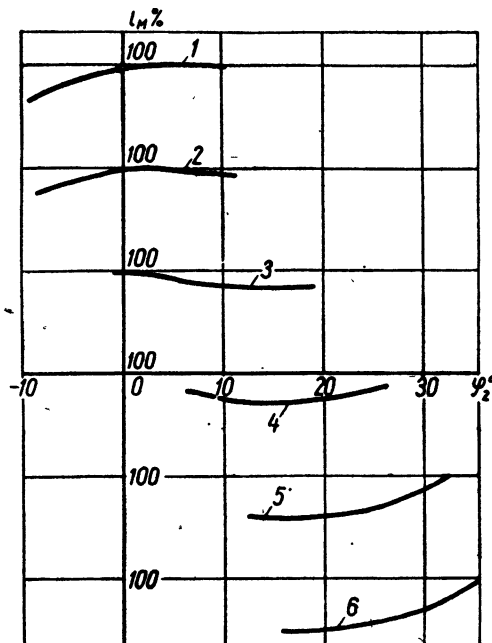
б)

Изменение передаточных отношений зубчатой передачи $\frac{40}{8}$ в зависимости от величины погрешности межцентрового расстояния: а — угловых скоростей; б — моментов вращения: Обозначения кривых.

1 — погрешность межцентрового расстояния $\Delta A = 0,6 \text{ м}$; 2 — $\Delta A = 0,4 \text{ м}$; 3 — $\Delta A = 0,2 \text{ м}$; 4 — $\Delta A = 0$; 5 — $\Delta A = -0,2 \text{ м}$; 6 — $\Delta A = -0,4 \text{ м}$



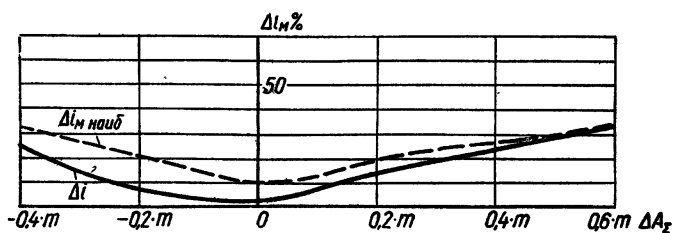
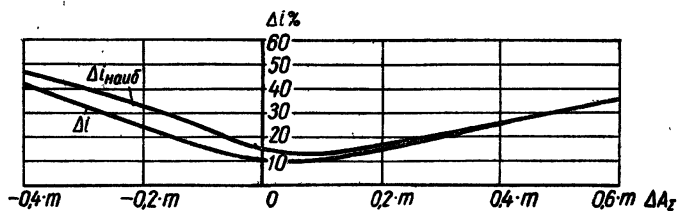
а)



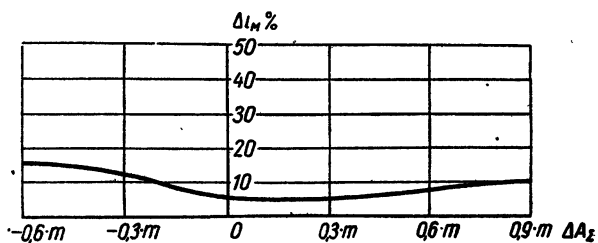
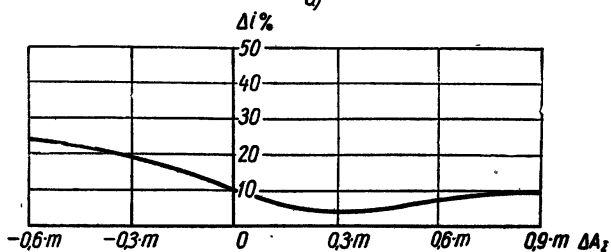
б)

Изменение передаточных отношений зубчатой передачи $\frac{90}{18}$ в зависимости от величины погрешности межцентрового расстояния: а — угловых скоростей; б — моментов вращения:

Обозначения кривых:
 1 — погрешность межцентрового расстояния $\Delta A = 0,9 \text{ м}$; 2 — $\Delta A = 0,6 \text{ м}$; 3 — $\Delta A = 0,3 \text{ м}$; 4 — $\Delta A = 0$;
 5 — $\Delta A = -0,3 \text{ м}$; 6 — $\Delta A = -0,6 \text{ м}$.



а)

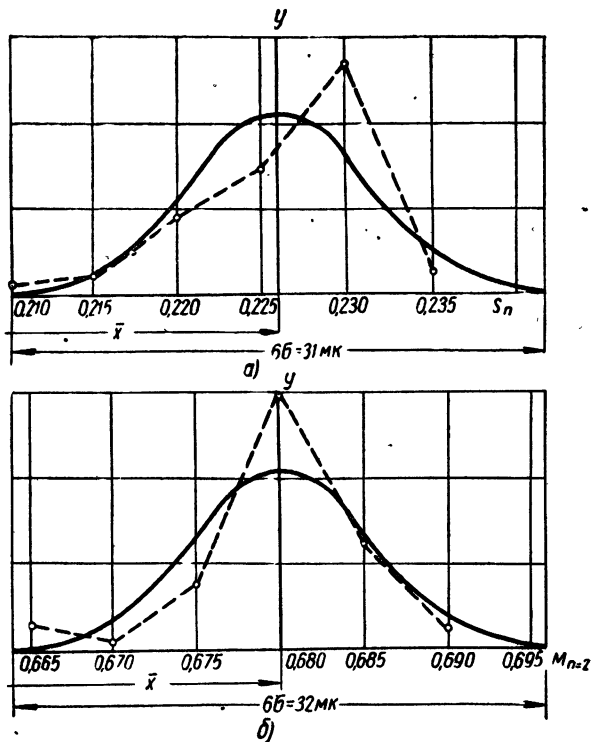


б)

Изменение передаточных отношений при переходе зацепления с одной пары зубьев на другую для передач:

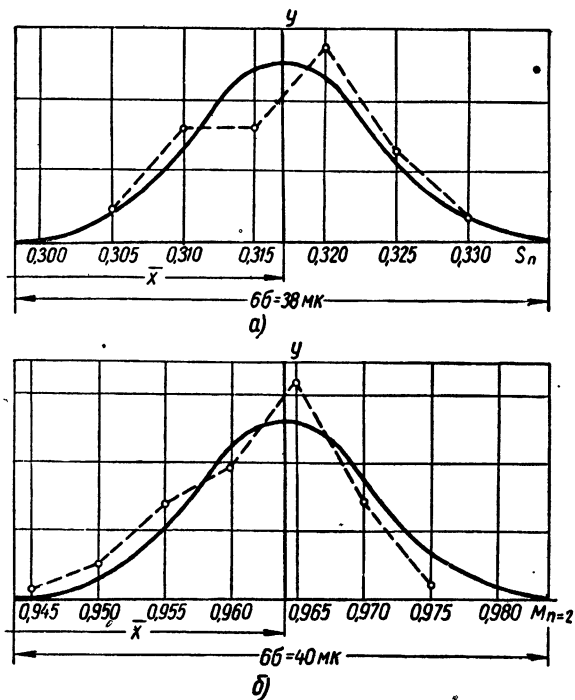
а) $\frac{40}{8}$; б) $\frac{90}{18}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

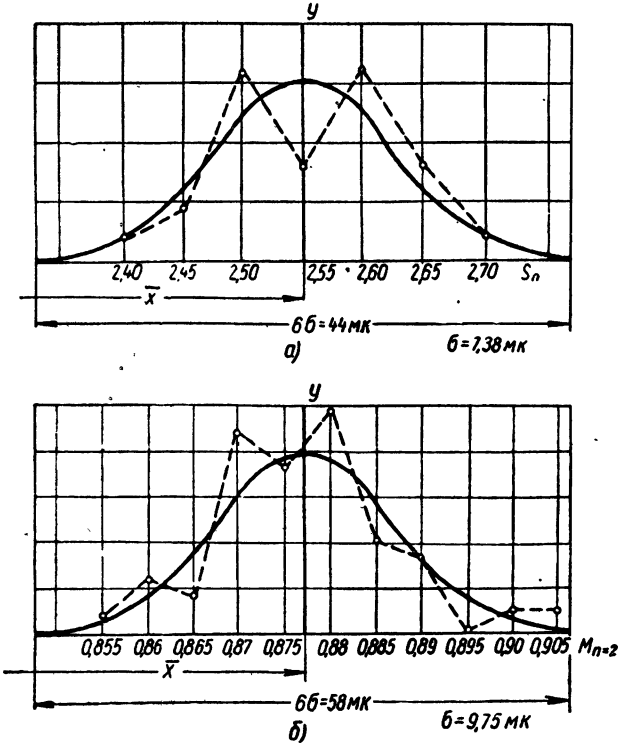


Характер распределения толщин зубьев
у центральных колес часов калибра 36 мм:
а — толщина одного зуба; б — толщина двух зубьев.

ПРИЛОЖЕНИЕ 8



Характер распределения толщин зубьев
у промежуточных колес часов калибра 36 мм:
а — толщина одного зуба; б — толщина двух зубьев.



Характер распределения толщин зубьев
у центральных трибов часов калибра 36 мм:
а — толщина одного зуба; б — толщина двух зубьев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Апарин Г. А. и Городецкий И. Е. Допуски и технические измерения, Машгиз, 1953.
2. Апарин Г. А. Систематизация средств и методов измерений в машиностроении. АН СССР, 1942.
3. Бакингом Э. Руководство по проектированию зубчатых передач, Машгиз, 1948.
4. Борисов А. С. Некоторые вопросы расчета и исследования мелкокомпульных зубчатых передач с часовым профилем, Машгиз, 1955.
5. Гавриленко В. А. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача, Машгиз, 1956.
6. Калашников Н. А. Исследование зубчатых передач, Машгиз, 1941.
7. Лепе Л. Н. Часовая промышленность СССР — Приборостроение, 1957, № 11.
8. НИИЧАСПРОМ. Развитие теории и практических методов, повышающих стабильность хода часов в эксплуатации, 1952.
9. НИИЧАСПРОМ. Теоретическое и экспериментальное исследования механизмов будильников в целях повышения их точности и долговечности, 1953.
10. НИИЧАСПРОМ. Повышение ходовых качеств часов К-26 путем усовершенствования их основных конструктивных параметров, 1954.
11. Тищенко О. Ф. Часовые зубчатые зацепления, Машгиз, 1950.
12. Тищенко О. Ф. Графоаналитический метод исследования зубчатых зацеплений. В сб. «Взаимозаменяемость и техника измерений в машиностроении» под ред. канд. техн. наук Тищенко О. Ф., № 34, Машгиз, 1955.
13. Тищенко О. Ф. К вопросу о применении эвольвентного зацепления в зубчатых передачах часов — Приборостроение, 1956, № 9.
14. Тищенко О. Ф. К вопросу о расчете допусков в зубчатых передачах часов — Приборостроение, 1956, № 12.
15. Gansert. Über die Funktionsstörungen in den Uhrwerksgetrieben mit zyklodischem Frankenprofil—Monatsschrift für Feinmechanik und Optik, 1955, H. 7.
16. Hertsch. Das problem des «Nachfalls» bei fehlerhaften Uhrwerksgetrieben — Monatsschrift für Feinmechanik und Optik, 1955, H. 9.
17. Long. Die Verzahnung in die Uhrmacherei Schweiz. F u. O 1947, H. 5—6.
18. Trylinski. Uhrwerksverzahnungen Mschr. Feinmech, Optik, 1954, H. 11, s. 289—292; H. 12, s. 321—323.
19. Gansert. Zur Berechnung von Uhrwerksrädern- und trieben nach der Norm NHS Mschr. Feinmech. Optik 1956, H. 7—8.
20. Köhler Übersetzungsverhältnis, Überdeckungsgrad und Verteilung des Eingriffs bei den Verzahnungen der Feinmechanik. Feingerätetechnik 1956. H. 4.
21. Trylinski Drobne mechanizmy i przyrządy precyzyjne Podstaurg Konstrukcji Wydawnictwa Naukowo Techniczne. Warszawa.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Основные обозначения и определения	4
Введение	7
Глава I. Общая характеристика часовых зубчатых механизмов	9
Платины и мосты	9
Зубчатые передачи	16
Нормализация часового зубчатого зацепления	33
Расчет толщины зуба по общей нормали	45
Выводы	47
Глава II. Исследование часовых зубчатых зацеплений	48
Аналитический метод исследования часовых зубчатых зацеплений	51
Графоаналитический метод исследования часовых зубчатых зацеплений	68
Выводы	96
Глава III. Исследование эвольвентной зубчатой передачи часового механизма	97
Характеристика работы мелкомодульной эвольвентной зубчатой передачи при наличии погрешностей	99
Аналитический метод исследования зубчатых передач с эвольвентным профилем зуба	102
Графоаналитический метод исследования реальных мелкомодульных зубчатых передач с эвольвентным профилем зуба	104
Графоаналитический метод исследований мелкомодульной эвольвентной зубчатой передачи с фланкированным зубом	113
Выводы	128
Глава IV. Расчет допусков в часовых зубчатых передачах	130
Метод расчета допусков по допустимому отклонению амплитуды колебаний баланса	133
Метод расчета допусков из условий предупреждения скольжения вершины зуба колеса по зубу триба	136
Метод расчета допусков из условий предупреждения заклинивания зубьев	145
Сопоставление предельных погрешностей, рассчитанных из эксплуатационных требований, с погрешностями изготовления	148
Расчет допусков из условий зубообразования при нарезании колес и трибов	152
Методы расчета допусков на координатные размеры	173

Глава V. Контроль часовых зубчатых передач	191
Контроль основных элементов зубчатых колес и трибов	191
Прибор для исследования зубчатых передач малого модуля	196
Выводы	199
Приложения	200
Литература	210

Редактор издательства *Л. Е. Курацев*

Переплет художника *Ю. И. Соколова*

Технический редактор *В. Д. Элькинд.*

Корректор *О. А. Жималова*

Сдано в производство 5/1 1963 г.	Подписано к печати 10/IV 1963 г.	T-01297
Тираж 7000 экз.	Цена 74 коп.	Печ. л. 13,25
Уч.-изд. л. 12,75	Формат 60 × 90 ¹ / ₁₆	Бум. л. 6,63
		Зак. 1148

Типография *Металлургиздата*
 Москва, Цветной бульвар, дом 30.